

一 加速度为恒矢量时质点的运动方程

已知一质点作平面运动, 其加速度 \vec{a} 为恒矢量, 有

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_0^t \vec{a} dt$$

积分可得

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

写成分量式

$$v_x = v_{0x} + a_x t \quad v_y = v_{0y} + a_y t$$

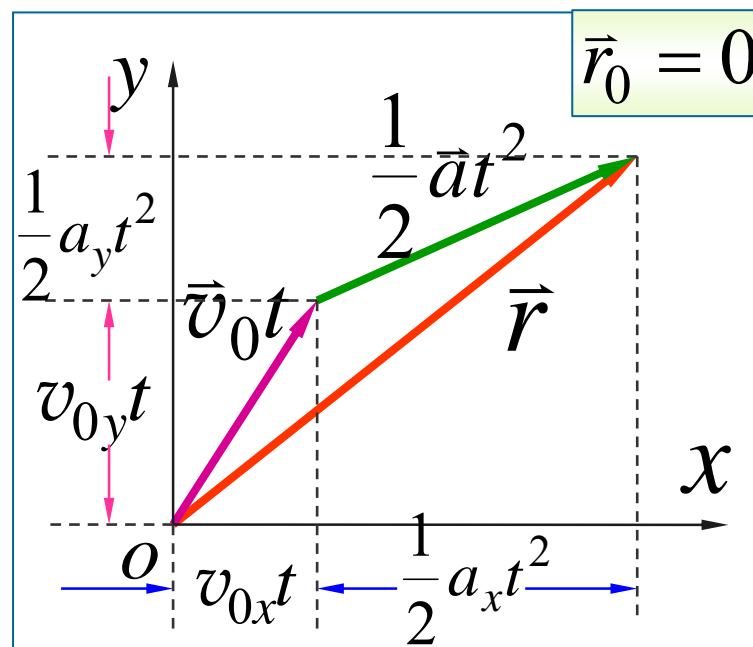
$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} \quad \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

$$d\vec{r} = \vec{v}dt \quad \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_0^t (\vec{v}_0 + \vec{a}t) dt$$

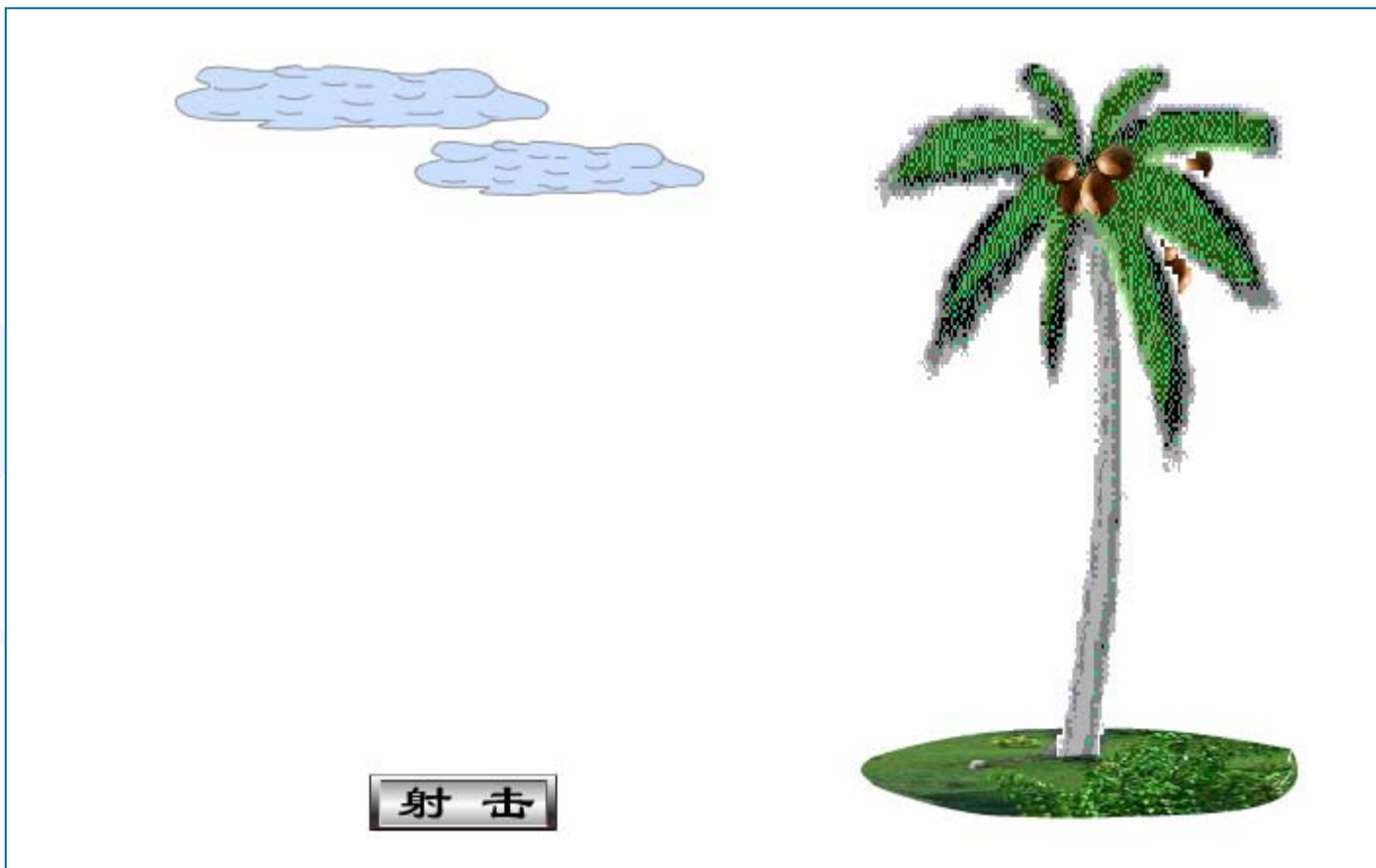
积分可得 $\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a}t^2$

写成分量式为

$$\begin{cases} x - x_0 = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \\ y - y_0 = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \end{cases}$$



二 斜抛运动

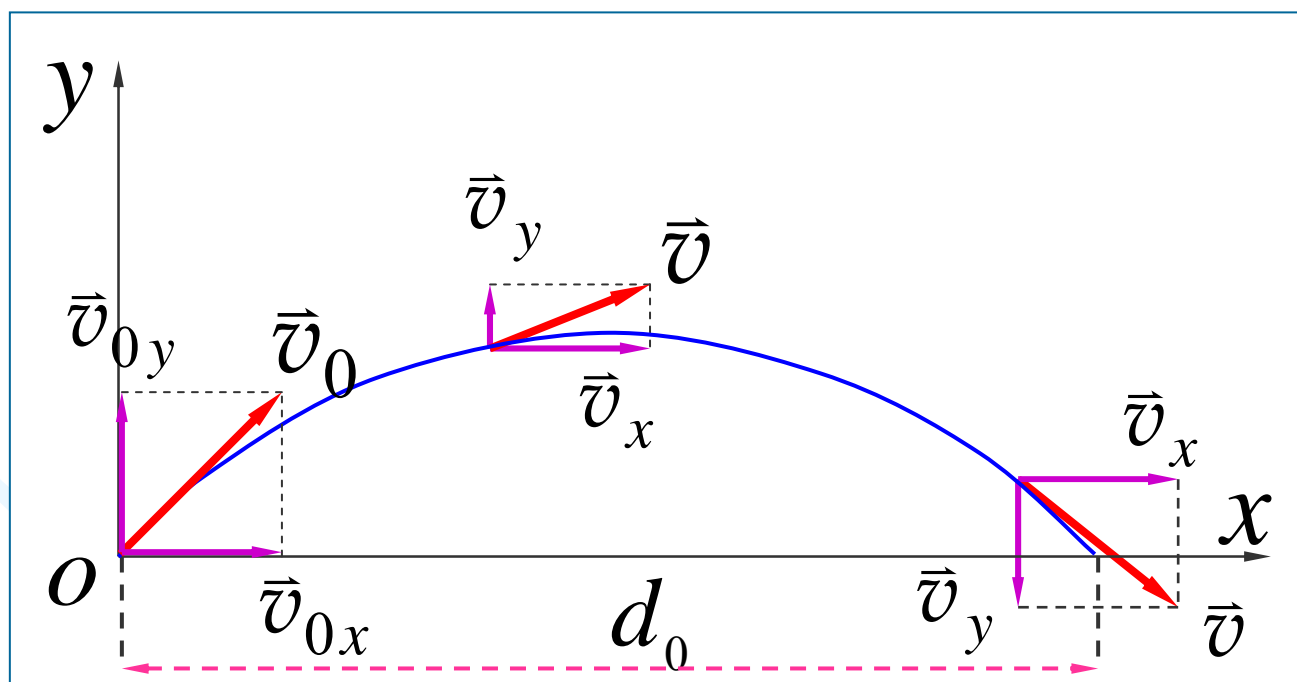


当子弹从枪口射出时，椰子刚好从树上由静止自由下落。试说明为什么子弹总可以射中椰子？

求斜抛运动的轨迹方程和最大射程

已知 $a_x = 0$ $a_y = -g$, $t = 0$ 时 $x_0 = y_0 = 0$

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha \quad v_{0y} = v_0 \sin\alpha$$



$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t \quad y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t \quad y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

消去方程中的参数 t 得轨迹

$$y = x \tan \alpha - \frac{y}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$$

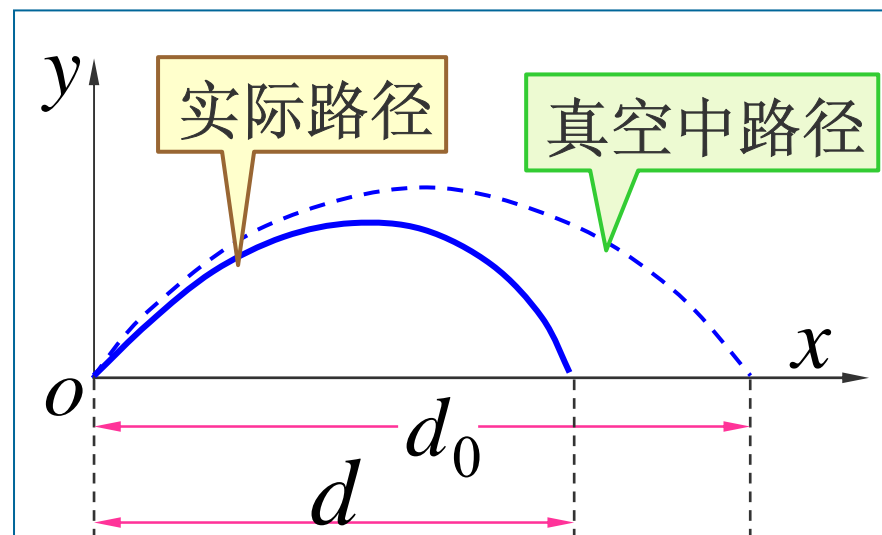
求最大射程

$$d_0 = \frac{2v_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\frac{dd_0}{d\alpha} = \frac{2v_0^2}{g} \cos 2\alpha = 0$$

$$\alpha = \pi / 4$$

最大射程 $d_{0m} = v_0^2 / g$



由于空气阻力，实际射程小于最大射程。