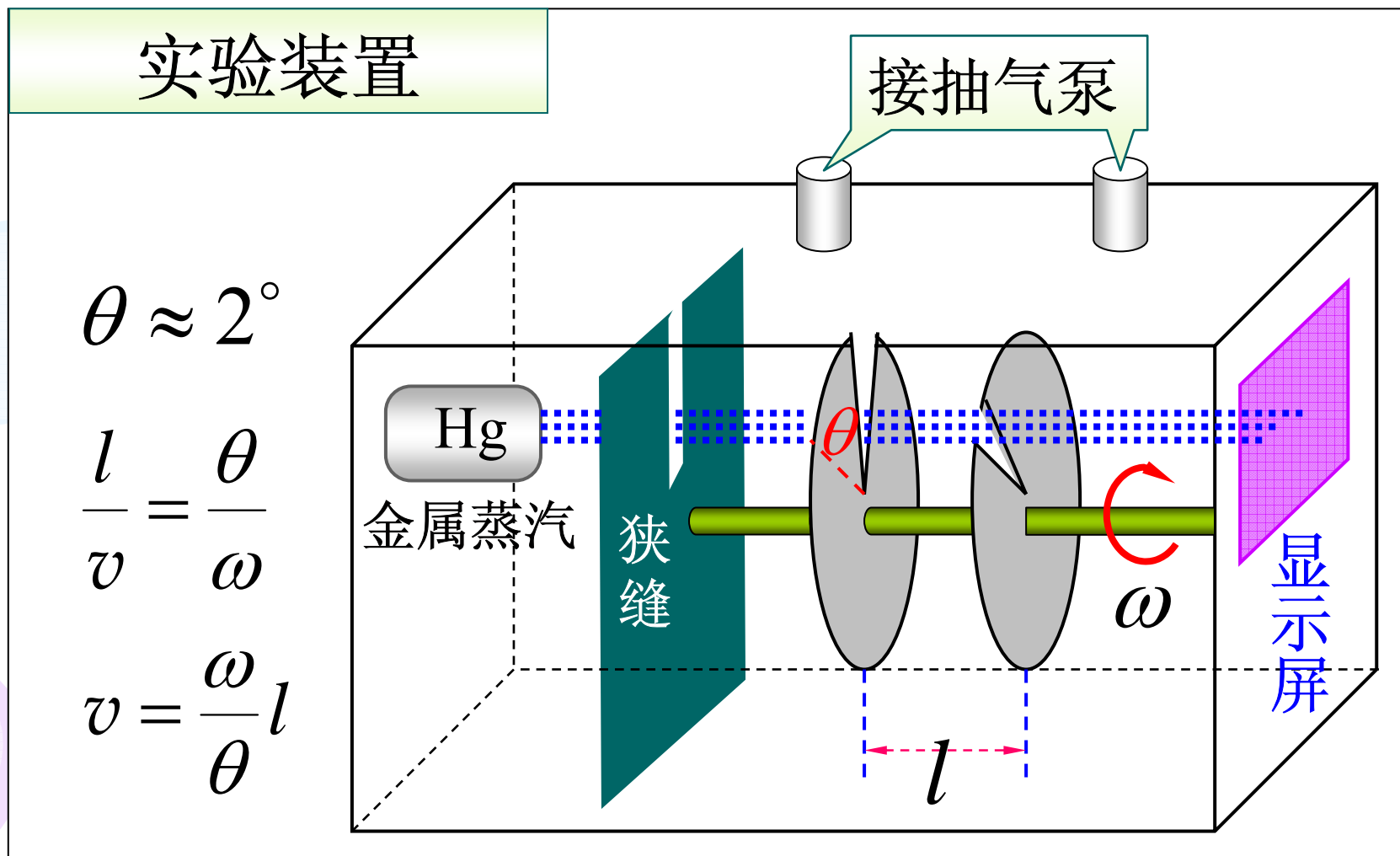
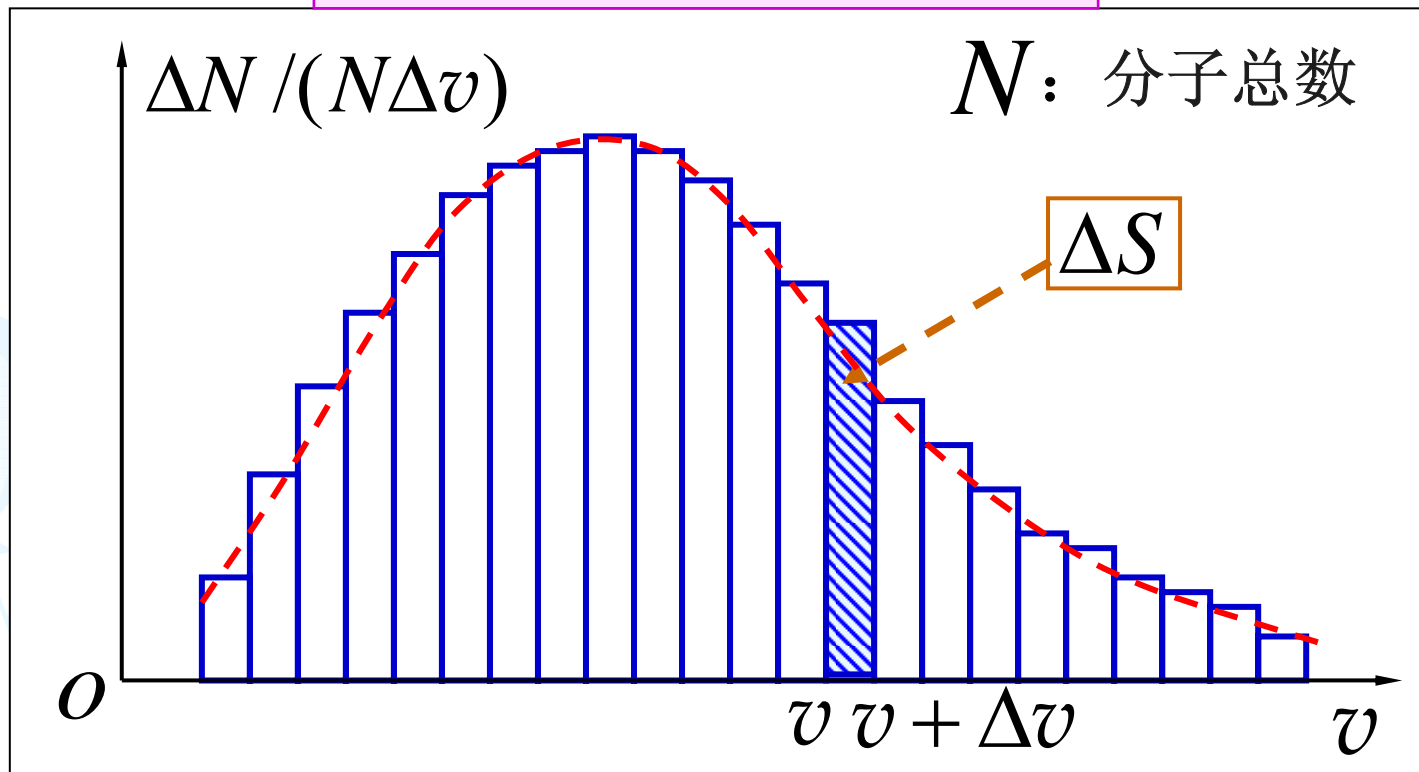


## 一 测定气体分子速率分布的实验



## 分子速率分布图



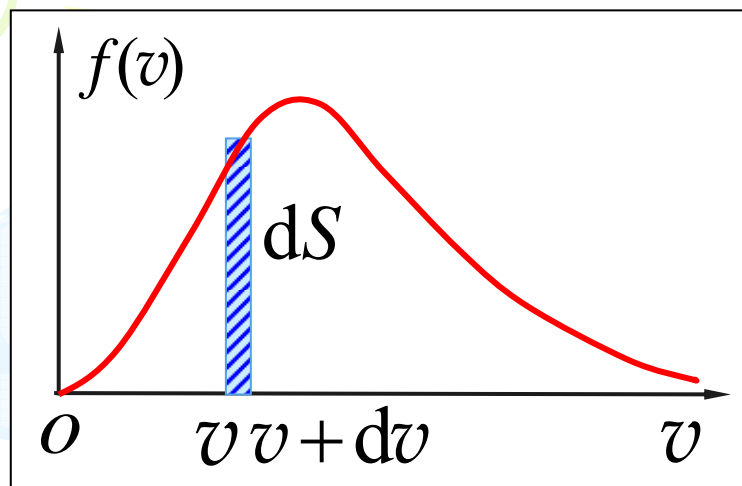
$\Delta N$  为速率在  $v \rightarrow v + \Delta v$  区间的分子数。

$$\Delta S = \frac{\Delta N}{N}$$

表示速率在  $v \rightarrow v + \Delta v$  区间的分子数占总数的百分比。

分布函数

$$f(v) = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{N \Delta v} = \frac{1}{N} \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta v} = \frac{1}{N} \frac{dN}{dv}$$



$$\frac{dN}{N} = f(v)dv = dS$$

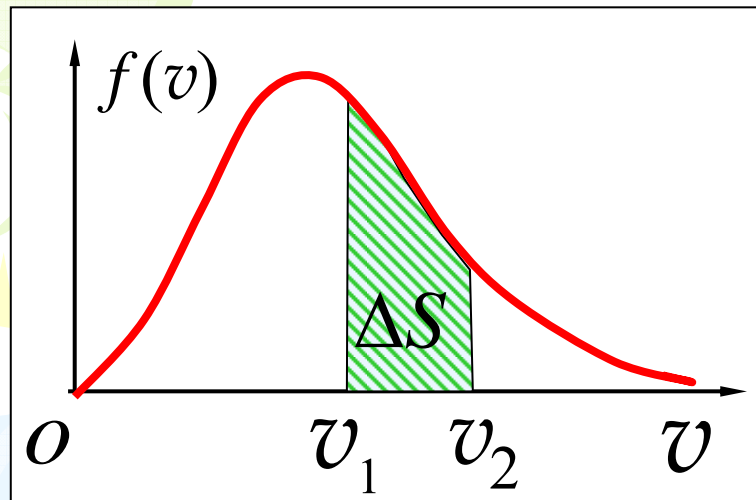
◆ 归一化条件

物理意义

表示在温度为  $T$  的平衡状态下，速率在  $v$  附近单位速率区间的分子数占总数的百分比。

表示速率在  $v \rightarrow v + dv$  区间的分子数占总分子数的百分比。

$$\int_0^{\infty} \frac{dN}{N} = \int_0^{\infty} f(v)dv = 1$$



$$\frac{dN}{N} = f(v)dv = dS$$

速率位于  $v \rightarrow v + dv$  内分子数

$$dN = Nf(v)dv$$

速率位于  $v_1 \rightarrow v_2$  区间的分子数  $\Delta N = \int_{v_1}^{v_2} Nf(v)dv$

速率位于  $v_1 \rightarrow v_2$  区间的分子数占总数的百分比

$$\Delta S = \frac{\Delta N(v_1 \rightarrow v_2)}{N} = \int_{v_1}^{v_2} f(v)dv$$

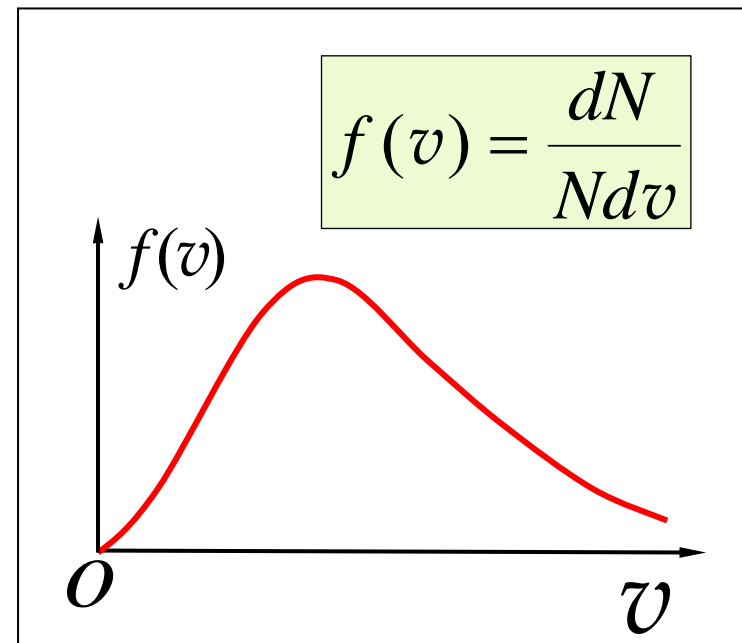


## 二 麦克斯韦气体速率分布定律

麦氏分布函数  $f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2$

$$\frac{dN}{N} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv$$

反映理想气体在热动平衡条件下，各速率区间分子数占总分子数的百分比的规律。



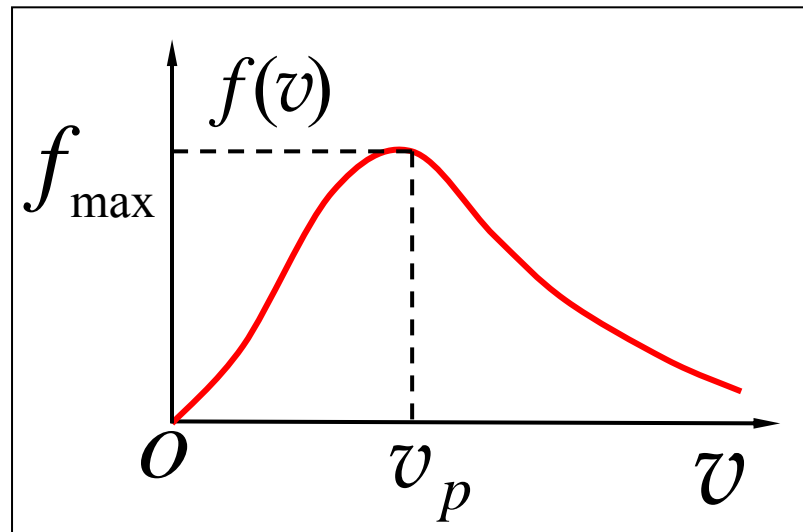
## 三 三种统计速率

1) 最概然速率  $v_p$ 

$$\left. \frac{df(v)}{dv} \right|_{v=v_p} = 0$$

根据分布函数求得

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \approx 1.41 \sqrt{\frac{kT}{m}}$$



$$\because M = mN_A, R = N_A k$$

$$\therefore v_p \approx 1.41 \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

物理意义

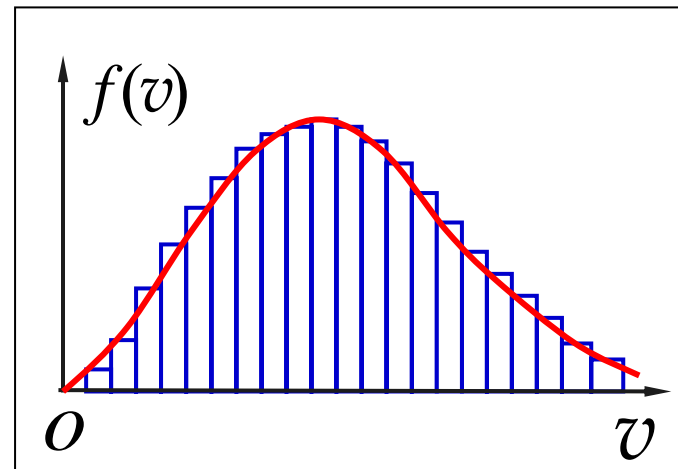
气体在一定温度下分布在最概然速率  $v_p$  附近单位速率间隔内的相对分子数最多。

2) 平均速率  $\bar{v}$

$$\bar{v} = \frac{v_1 dN_1 + v_2 dN_2 + \cdots + v_i dN_i + \cdots + v_n dN_n}{N}$$

$$\bar{v} = \frac{\int_0^N v dN}{N} = \frac{\int_0^{\infty} v N f(v) dv}{N}$$

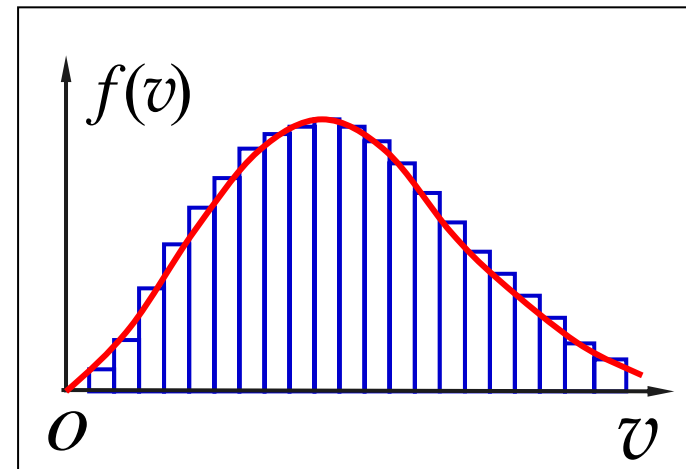
$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v f(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$



$$\bar{v} \approx 1.60 \sqrt{\frac{kT}{m}} = 1.60 \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

3) 方均根速率  $\sqrt{\overline{v^2}}$

$$\overline{v^2} = \frac{\int_0^N v^2 dN}{N} = \frac{\int_0^\infty v^2 N f(v) dv}{N}$$



$$\overline{v^2} = \frac{3kT}{m}$$

$$v_p < \bar{v} < \sqrt{\overline{v^2}}$$

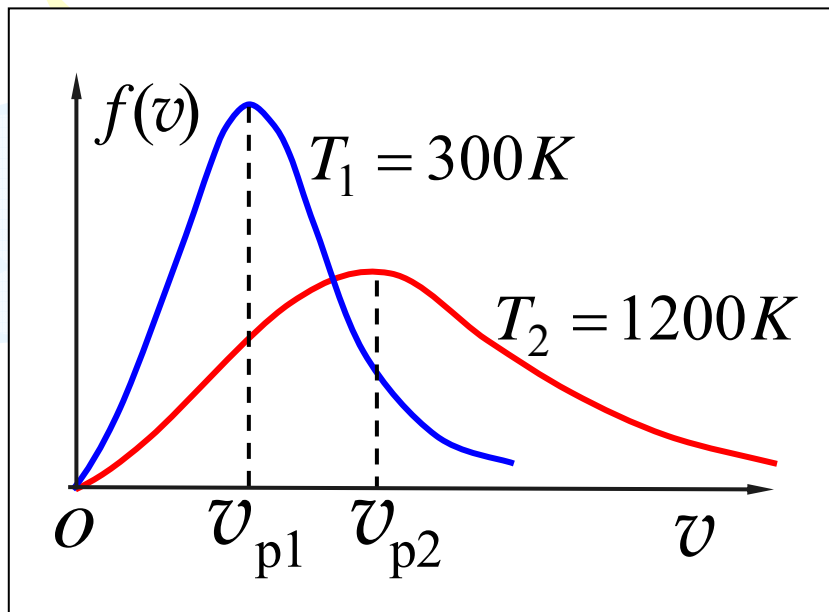
$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$\bar{v} \approx 1.60 \sqrt{\frac{kT}{m}} = 1.60 \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

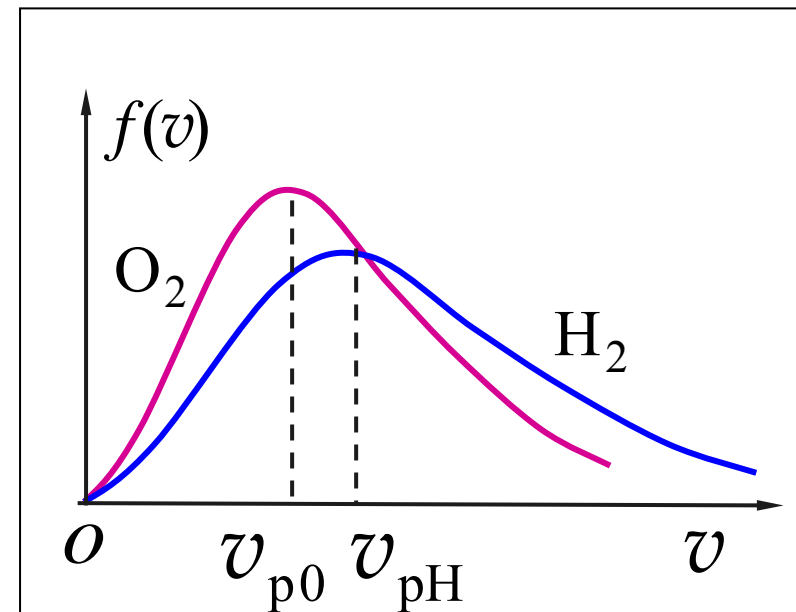
$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$$



$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad \sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$



$N_2$  分子在不同温度下的速率分布



同一温度下不同气体的速率分布

## 讨论

麦克斯韦速率分布中最概然速率  $v_p$  的概念

下面哪种表述正确？

(A)  $v_p$  是气体分子中大部分分子所具有的速率。

(B)  $v_p$  是速率最大的速度值。

(C)  $v_p$  是麦克斯韦速率分布函数的最大值。

★ (D) 速率大小与最概然速率相近的气体分子的比率最大。

例 计算在  $27^{\circ}\text{C}$  时, 氢气和氧气分子的方均根速率  $v_{\text{rms}}$

$$M_{\text{H}} = 0.002\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1} \quad R = 8.31\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$M_{\text{O}} = 0.032\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1} \quad T = 300\text{K}$$

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

氢气分子  $v_{\text{rms}} = 1.93 \times 10^3 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

氧气分子  $v_{\text{rms}} = 483 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

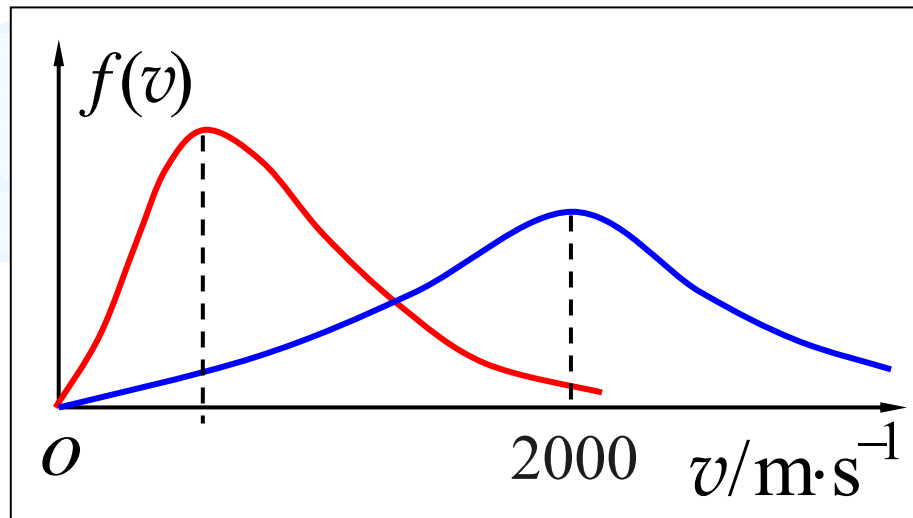
**例** 已知分子数  $N$ ，分子质量  $m$ ，分布函数  $f(v)$  求 **1)** 速率在  $v_p \sim \bar{v}$  间的分子数； **2)** 速率在  $v_p \sim \infty$  间所有分子动能之和。

速率在  $v \rightarrow v + dv$  间的分子数  $dN = Nf(v)dv$

**1)** 
$$\int_{v_p}^{\bar{v}} Nf(v) dv$$

**2)** 
$$\int_{v_p}^{\infty} \frac{1}{2} m v^2 Nf(v) dv$$

**例** 如图示两条  $f(v) \sim v$  曲线分别表示氢气和氧气在同一温度下的麦克斯韦速率分布曲线，从图上数据求出氢气和氧气的最可几速率。



$$\frac{v_p(\text{H}_2)}{v_p(\text{O}_2)} = \sqrt{\frac{m(\text{O}_2)}{m(\text{H}_2)}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = 4$$

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

$$\because m(\text{H}_2) < m(\text{O}_2)$$

$$\therefore v_p(\text{H}_2) > v_p(\text{O}_2)$$

$$\therefore v_p(\text{H}_2) = 2000\text{m/s}$$

$$\therefore v_p(\text{O}_2) = 500\text{m/s}$$