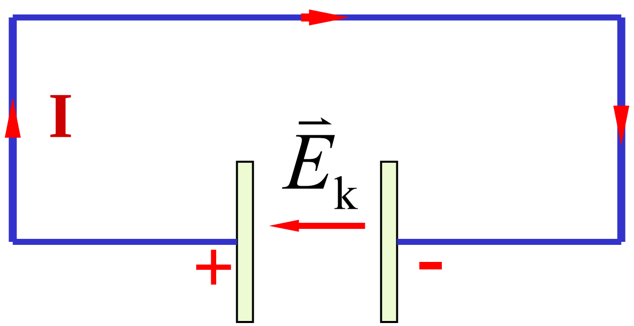
引起磁通量变化的原因

1）稳恒磁场中的导体运动， 或者回路面积变化、取向变化等 ⟹ 动生电动势

2）导体不动，磁场变化 ⟹ 感生电动势

- 电动势



$$E = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

$\vec{E}_k$：非静电的电场强度.

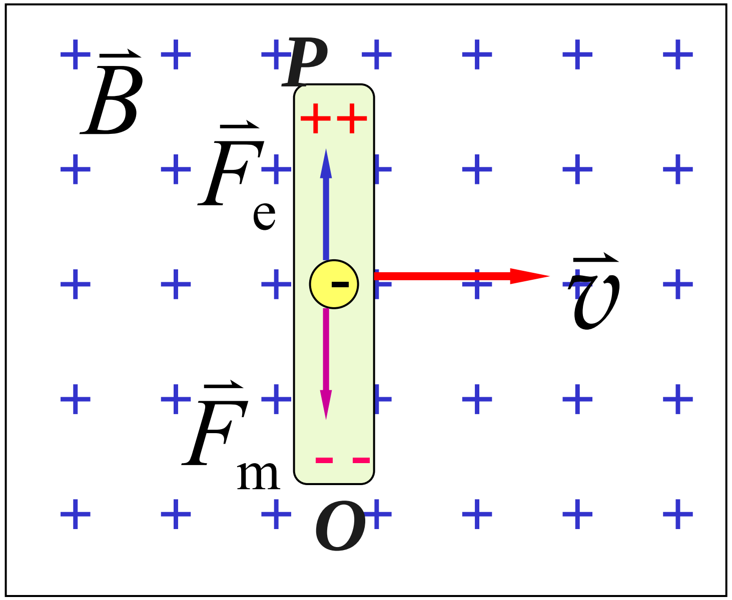
- 闭合电路的总电动势

$$E = \oint_l \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

一 动生电动势

动生电动势的非静电力场来源 ⇨ 洛伦兹力

$$\vec{F}_{\mathrm{m}} = (-e)\vec{v} \times \vec{B}$$



平衡时 $\vec{F}_{\mathrm{m}} = -\vec{F}_{\mathrm{e}} = -e\vec{E}_{\mathrm{k}}$

$$\vec{E}_{\mathrm{k}} = \frac{\vec{F}_{\mathrm{m}}}{-e} = \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = \int_{OP} \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{OP} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

设杆长为 l $\qquad \mathcal{E}_{\mathrm{i}} = \int_0^l vB\,\mathrm{d}l = vBl$

例1 一长为 L 的铜棒在磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中,以角速度 ω 在与磁场方向垂直的平面上绕棒的一端转动，**求**铜棒两端的感应电动势.

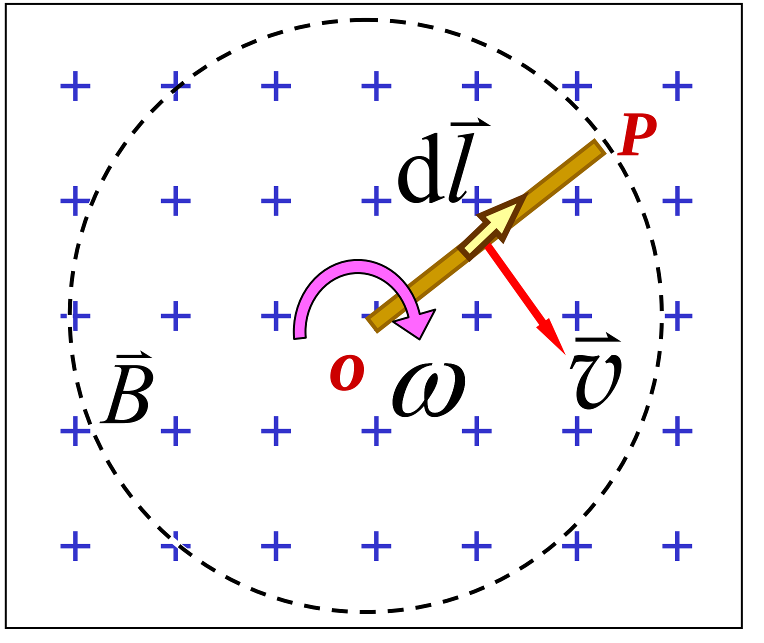
解 $$\mathrm{d}\mathcal{E}_i = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$= vB\,\mathrm{d}l$$

$$\mathcal{E}_i = \int_0^L vB\,\mathrm{d}l$$

$$= \int_0^L \omega lB\,\mathrm{d}l$$

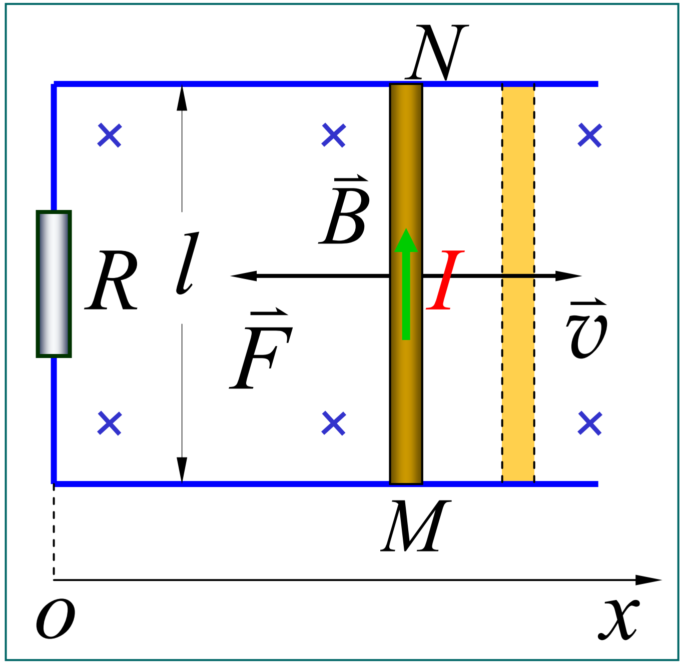
$$\mathcal{E}_i = \frac{1}{2}B\omega L^2$$



$\mathcal{E}_i$ 方向 $O \longrightarrow P$

（点 P 的电势高于点 O 的电势）

例2 一导线矩形框的平面与磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场相垂直.在此矩形框上,有一质量为 m 长为 l 的可移动的细导体棒 MN；矩形框还接有一个电阻 R,其值较之导线的电阻值要大得很多.若开始时,细导体棒以速度 $\vec{v}_0$ 沿如图所示的矩形框运动,试求棒的速率随时间变化的函数关系.



解 如图建立坐标

棒中 $\mathcal{E}_i = Blv$ 且由 $M \longrightarrow N$

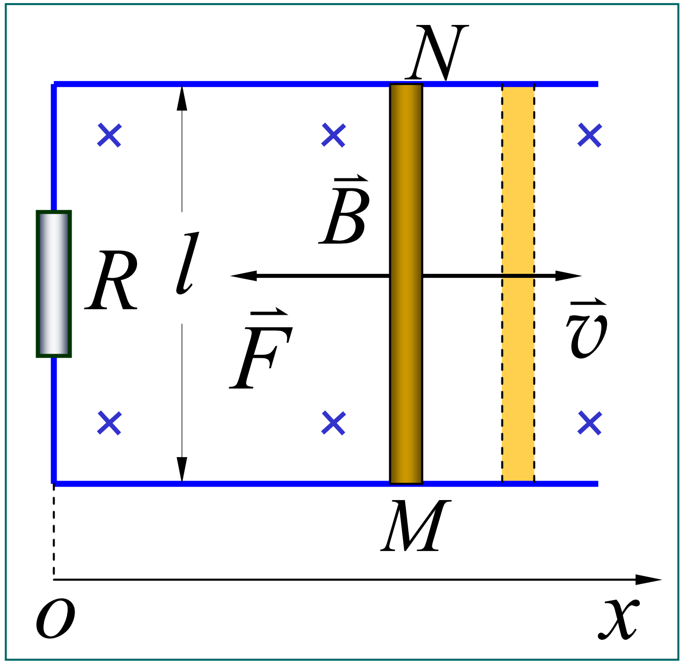
棒所受安培力

$$F = IBl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

方向沿 ox 轴反向

$$F = IBl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

方向沿ox轴反向



棒的运动方程为

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\frac{B^2 l^2 v}{R}$$

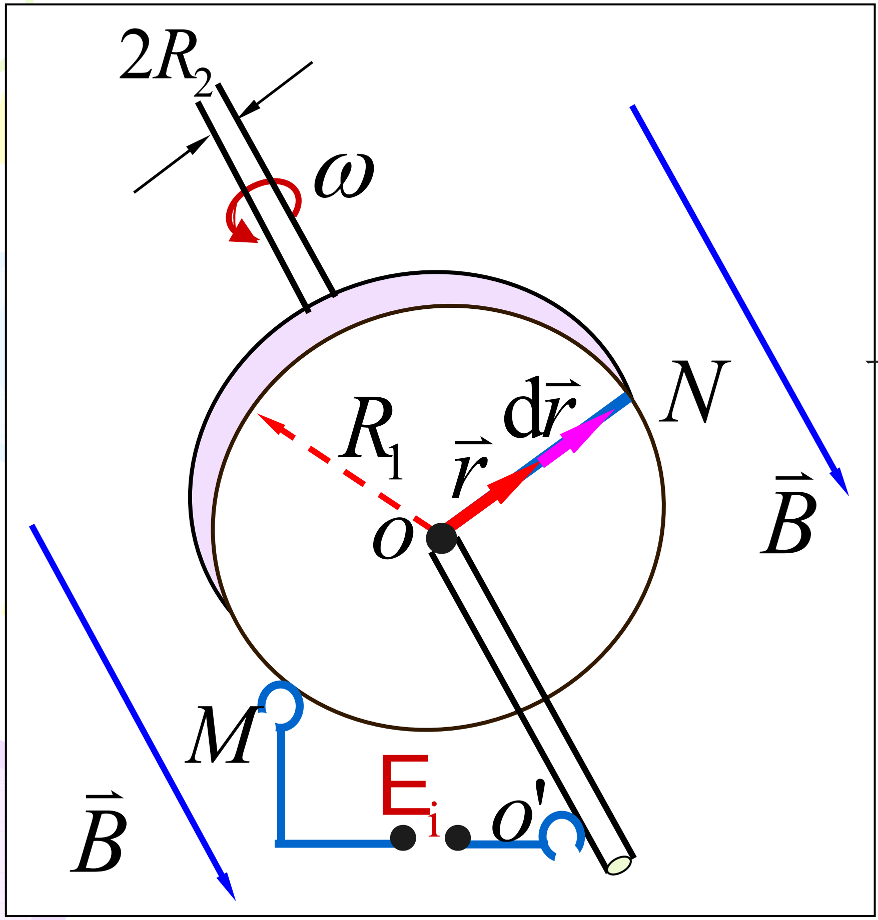
则 $$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\int_0^t \frac{B^2 l^2}{mR}\mathrm{d}t$$

计算得棒的速率随时间变化的函数关系为

$$v = v_0 \mathrm{e}^{-(B^2 l^2 / mR)t}$$

例 3　圆盘发电机　　一半径为 $R_1 = 1.2\mathrm{m}$ 、厚度 $d = 1.0\times10^{-3}\mathrm{m}$的铜圆盘,以角速率$\omega = 5\times2\pi\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$,绕通过盘心 垂直的金属轴 oo'转动， 轴的半径为 R_2，且 $R_2 = 2.0\times10^{-3}\mathrm{m}$圆盘放在磁感强度T 0 1 = B的均匀磁场中, $\vec{B}$ 的方向亦与盘面垂直. 有两个集电刷分别与圆盘的边缘和转轴相连.试计算它们之间的电势差,并指出何处的电势较高.

已知 $R_1 = 1.2\mathrm{m}$，$d = 1.0\times10^{-3}\mathrm{m}$，$\omega = 5\times2\pi\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$



$R_2 = 2.0\times10^{-3}\mathrm{m}$，$B = 10\,\mathrm{T}$

求 $E_i = ?$

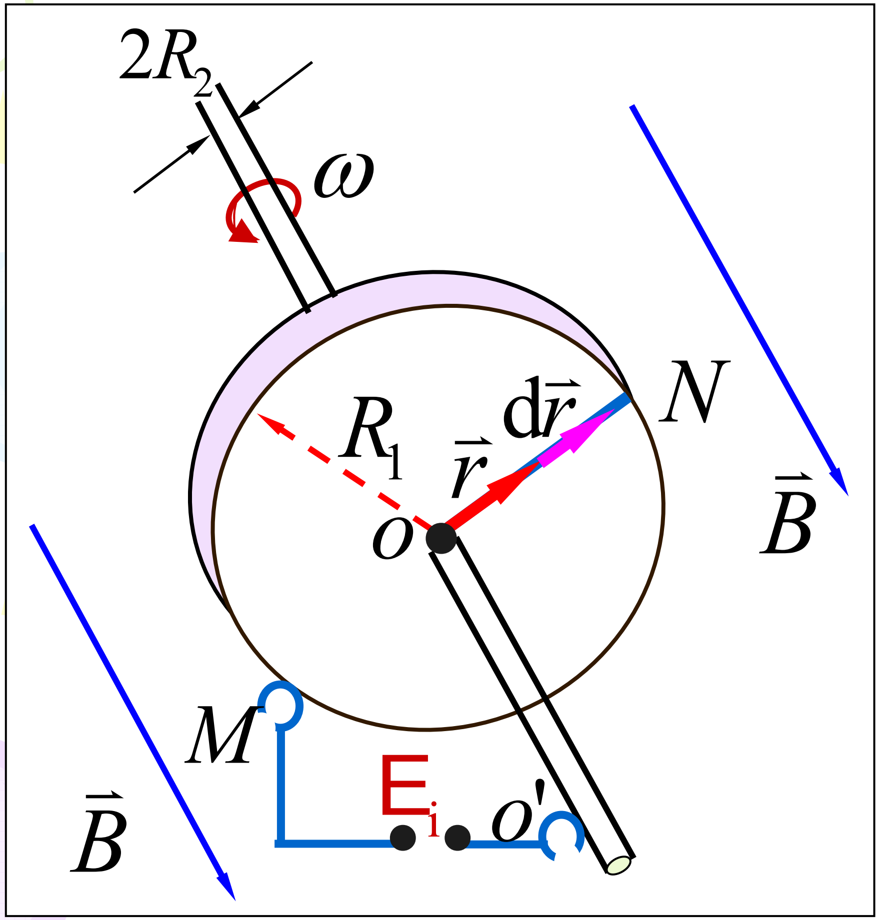
（方法一） 解 因为 $d \ll R_1$，所以不计圆盘厚度.

如图取线元 $\mathrm{d}\vec{r}$

则 $\mathrm{d}E_i = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{r}$

$$= vB\mathrm{d}r = r\omega B\,\mathrm{d}r$$

解 $\mathrm{d}\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{r} = vB\mathrm{d}r = r\omega B\mathrm{d}r$



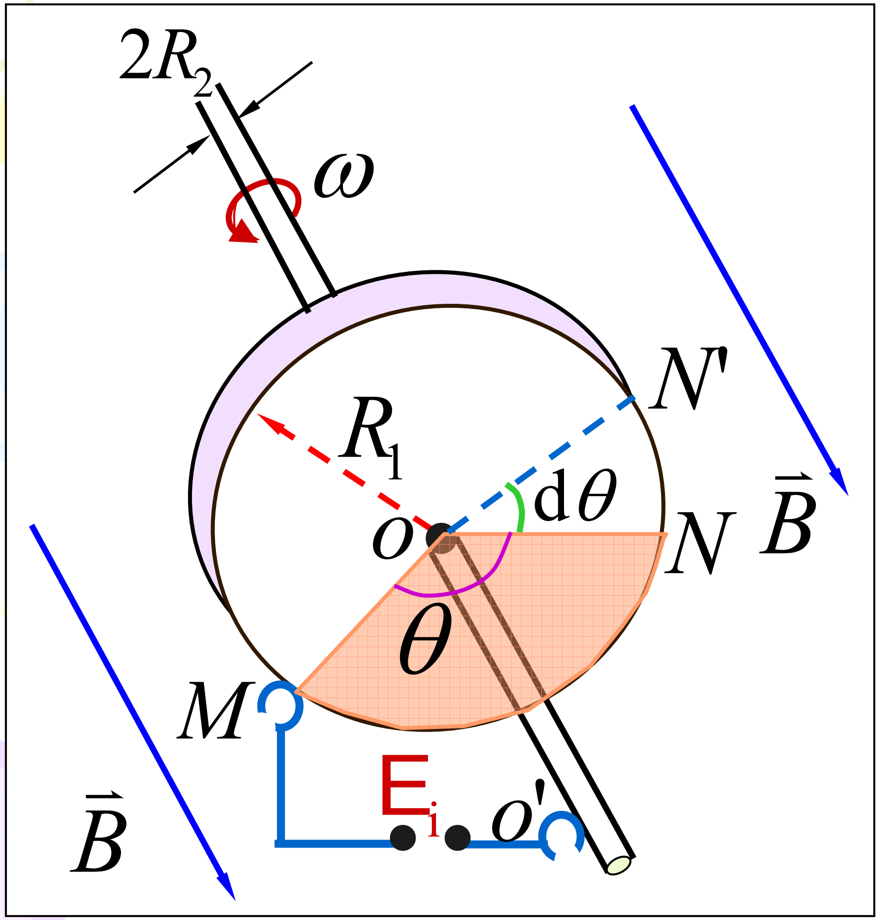
$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = \int_{R_1}^{R_2} r\omega B\mathrm{d}r$$

$$= \frac{1}{2}\omega B(R_1^2 - R_2^2)$$

$$= 226\ \mathrm{V}$$

圆盘边缘的电势高于中心转轴的电势.

已知 $R_1 = 1.2\mathrm{m}$, $d = 1.0\times10^{-3}\mathrm{m}$,　$\omega = 5\times2\pi\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$



$R_2 = 2.0\times10^{-3}\mathrm{m}$, $B = 10\,\mathrm{T}$

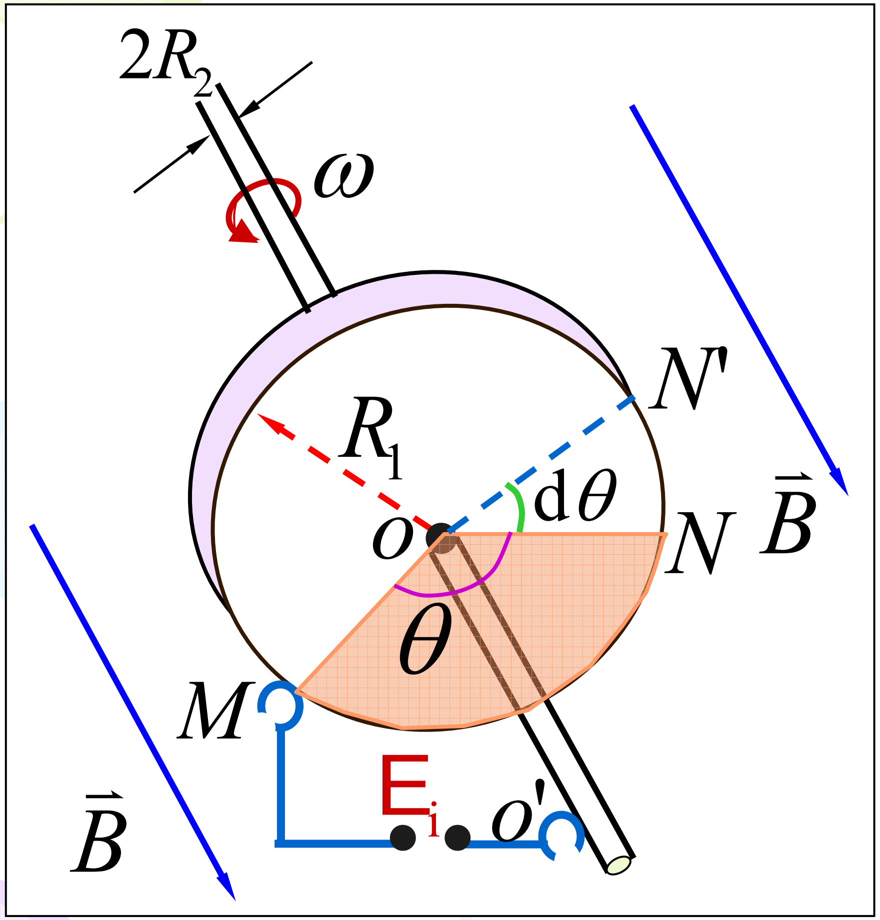
求 $\mathrm{E_i} = ?$

（方法二）

解 取一虚拟的闭和回路 $MNOM$ 并去取其绕向与 $\vec{B}$ 相同 . 则

$$\Phi = B\frac{\theta}{2\pi}\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}B(R_1^2 - R_2^2)\theta$$



$$\Phi = \frac{1}{2} B (R_1^2 - R_2^2)\theta$$

设 $t = 0$ 时点 M 与点 N 重合即 $\theta = 0$

则 t 时刻 $\theta = \omega t$

$$\Phi = \frac{1}{2} B (R_1^2 - R_2^2)\omega t$$

$$\mathrm{E}_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$$= -\frac{1}{2} B (R_1^2 - R_2^2)\omega$$

方向与回路 $MNOM$ 绕向相反,即盘缘的电势高于中心.

二　感生电动势

产生感生电动势的非静电场 ⟹ 感生电场

麦克斯韦假设 变化的磁场在其周围空间激发一种电场,这个电场叫感生电场 $\vec{E}_{\mathrm{k}}$.

闭合回路中的感生电动势

$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = \oint_L \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \qquad \oint_L \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = \oint_L \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

感生电场和静电场的对比

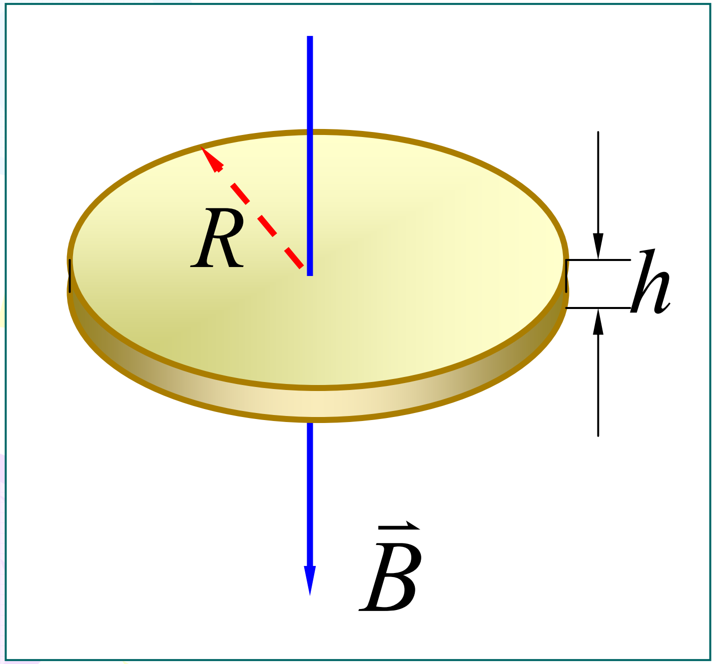
- $\vec{E}_{静}$ 和 $\vec{E}_{\mathrm{k}}$ 均对电荷有力的作用.

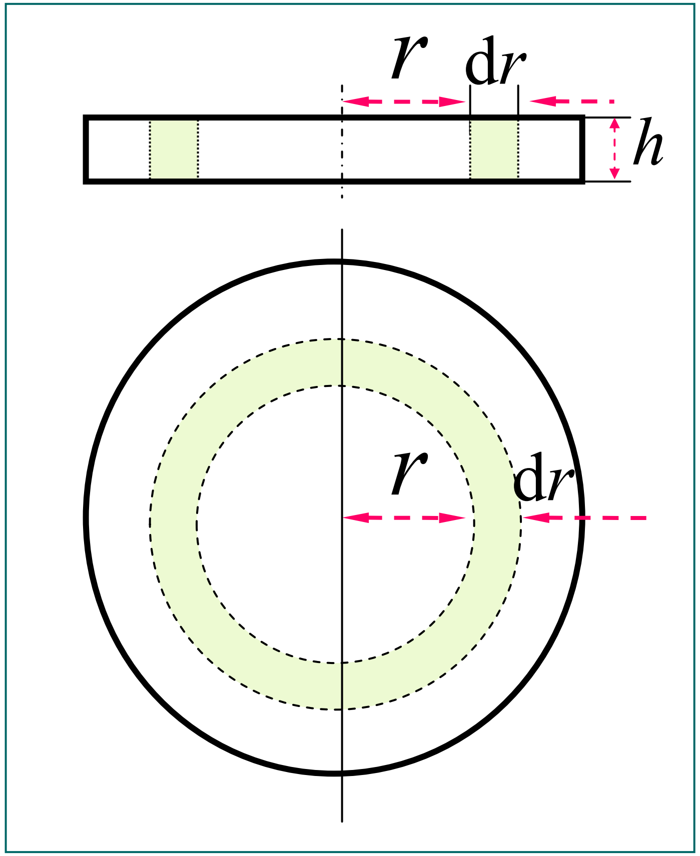
- 静电场是保守场 $\oint_L \vec{E}_{静} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$

- 感生电场是非保守场 $\oint_L \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\dfrac{\mathrm{d}\varPhi}{\mathrm{d}t} \neq 0$

- 静电场由电荷产生；感生电场是由变化的磁场产生.

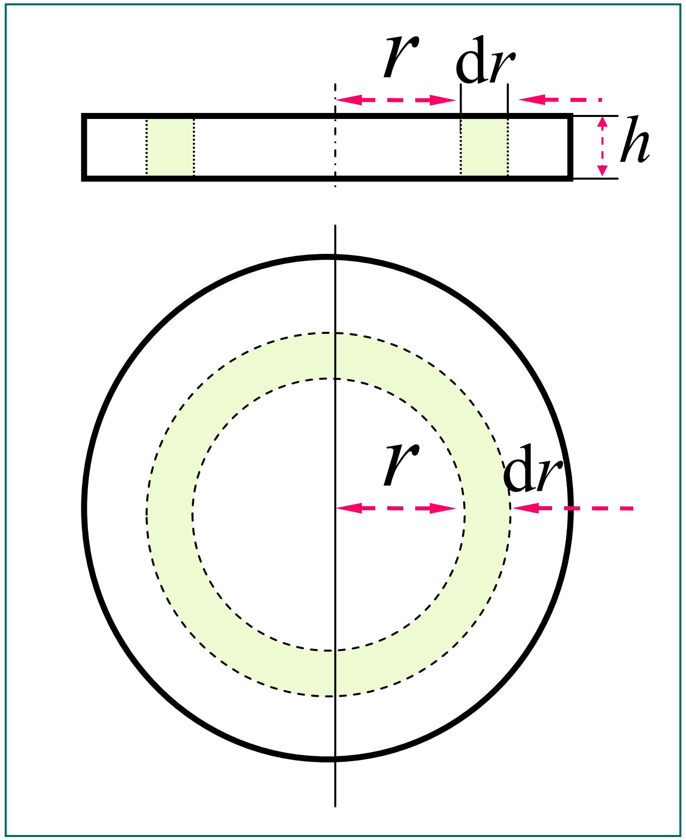
例 4 设有一半径为R,高度为h的铝圆盘,其电导率为 γ.把圆盘放在磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中,磁场方向垂直盘面.设磁场随时间变化,且 $\mathrm{d}B/\mathrm{d}t=k$ 为一常量.求盘内的感应电流值.（圆盘内感应电流自己的磁场略去不计）





已知 R, h, γ, $\vec{B}$, $\mathrm{d}B/\mathrm{d}t = k$

求 I



解 如图取一半径为 r,宽度为$\mathrm{d}r$,高度为 h 的圆环.

则圆环中的感生电动势的值为

$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = \oint_L \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

代入已知条件得 $$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \int_S \mathrm{d}s = k\pi r^2$$

又 $$\mathrm{d}R = \frac{1}{\gamma} \frac{2\pi r}{h\mathrm{d}r}$$

所以 $$\mathrm{d}I = \frac{kh\gamma}{2} r\mathrm{d}r$$

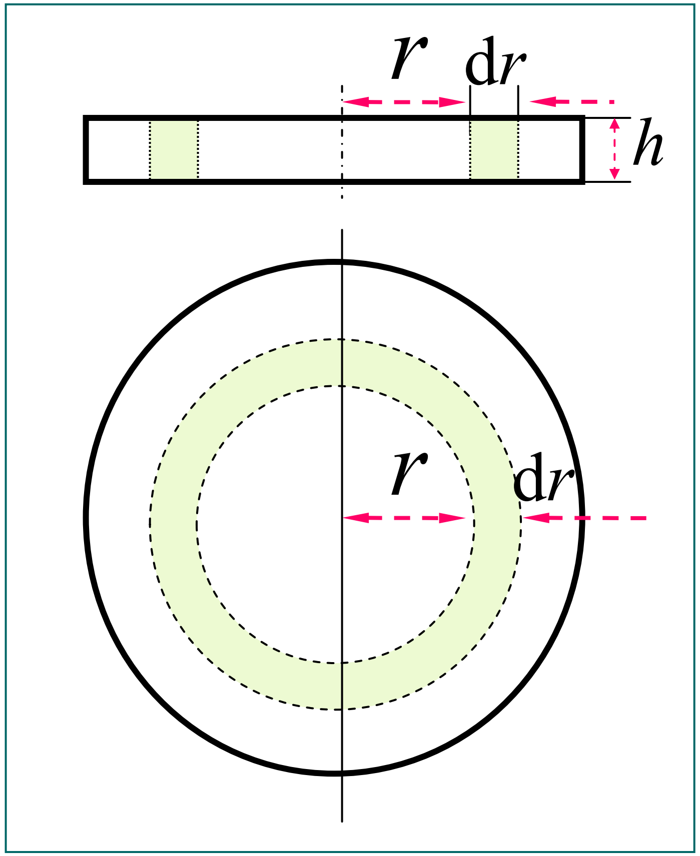
由计算得圆环中电流

$$\mathrm{d}I = \frac{kh\gamma}{2} r\mathrm{d}r$$

于是圆盘中的感应电流为

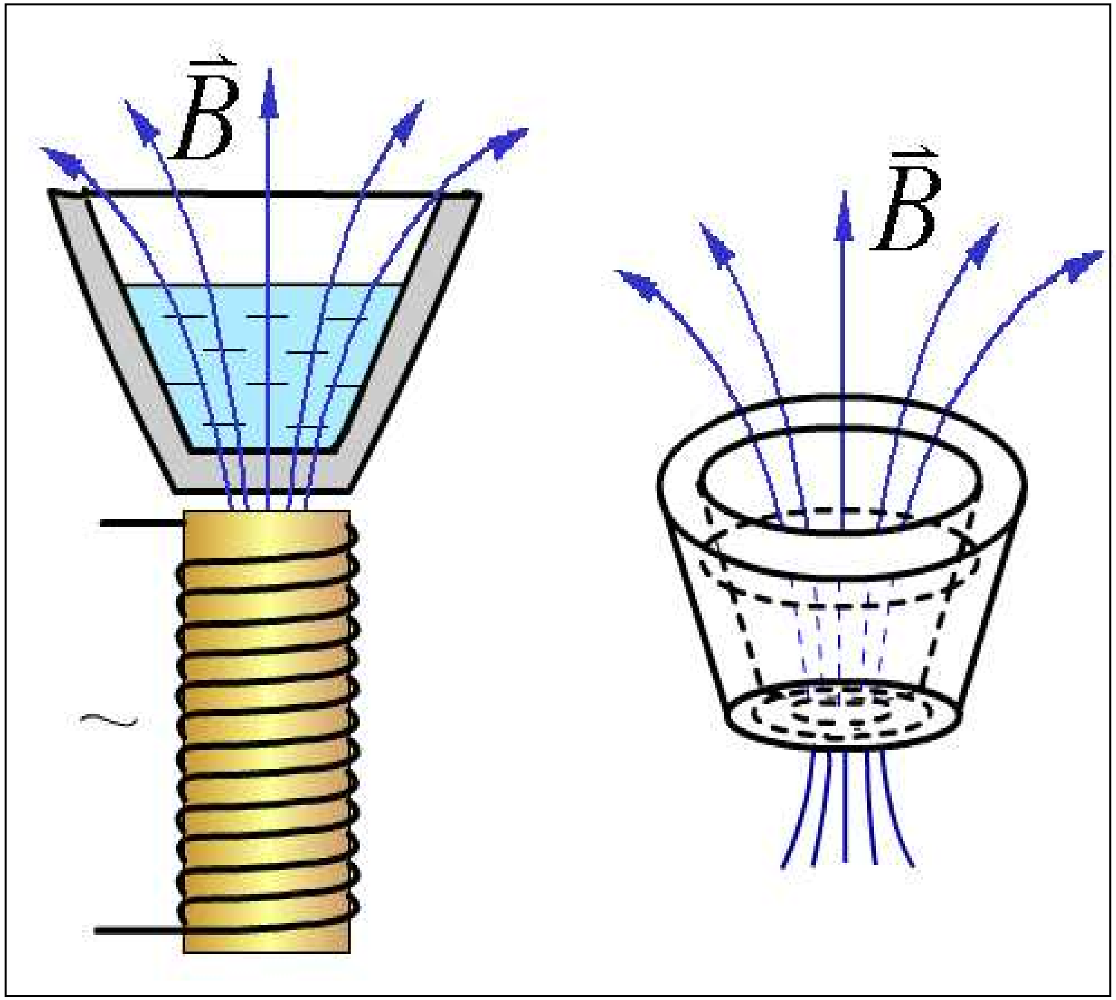
$$I = \int \mathrm{d}I = \frac{kh\gamma}{2}\int_0^R r\mathrm{d}r$$

$$= \frac{1}{4}k\gamma R^2 h$$



四　涡电流

感应电流不仅能在导电回 路内出现，而且当大块导体与磁场有相对运动或处在变化的磁场中时，在这块导体中也会激起感应电流.这种在大块导体内流动的感应电流,叫做涡电流，简称涡流.



◆ 应用　热效应、电磁阻尼效应.