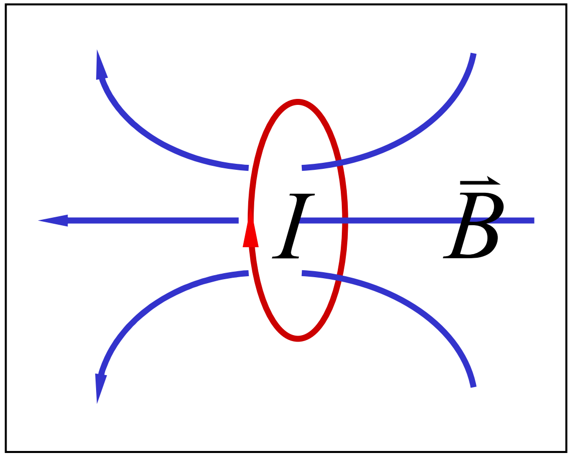
一 自感电动势 自感

穿过闭合电流回路的磁通量 $\Phi = LI$



1）自感 $\boxed{L = \Phi / I}$

若线圈有 N 匝，

磁通匝数 $\psi = N\Phi$ 自感 $L = \psi / I$

注意

无铁磁质时, 自感仅与线圈形状、磁介质及 N 有关.

2）自感电动势 $\mathcal{E}_L = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -(L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} + I\dfrac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t})$

当 $\dfrac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = 0$ 时， $\boxed{\mathcal{E}_L = -L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}}$

自感 $L = -\mathcal{E}_L \Big/ \dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$

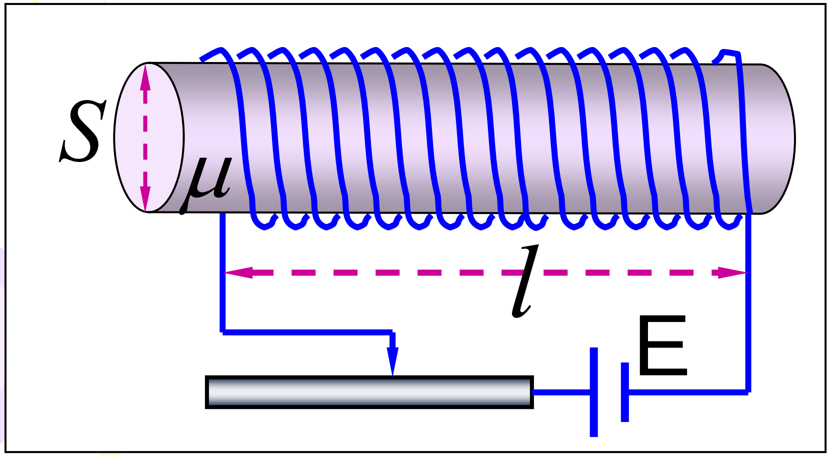
单位：**1** 亨利 （ **H** ）**= 1** 韦伯 **/** 安培 （**1 Wb / A**）

$$1\mathrm{mH} = 10^{-3}\,\mathrm{H},\quad 1\mu\,\mathrm{H} = 10^{-6}\,\mathrm{H}$$

3）自感的计算方法

例1 如图的长直密绕螺线管,已知 l, S, N, μ, 求其自感 L.（忽略边缘效应）

解 先设电流 I → 根据安培环路定理求得 $H \to B \to \Phi \to L$.



$$n = N/l$$

$$B = \mu H = \mu n I$$

$$\psi = N\Phi = NBS$$

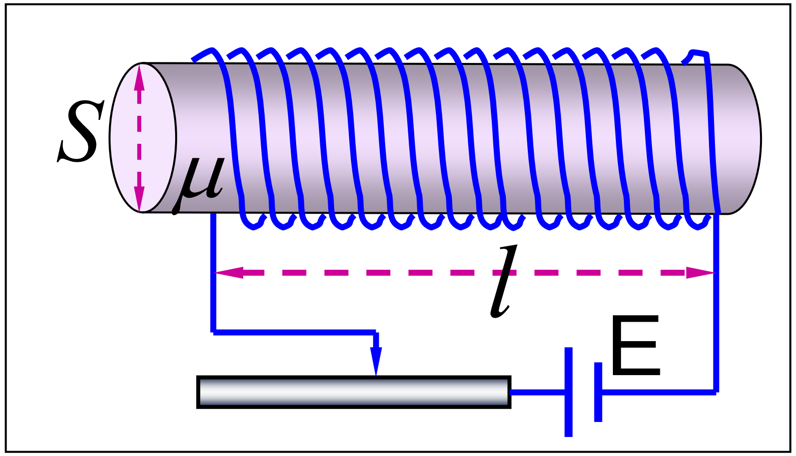
$$= N\mu \frac{N}{l} IS$$

$$\psi = N\mu \frac{N}{l} IS$$

$$\boxed{L = \frac{\psi}{I} = \mu \frac{N^2}{l} S}$$

$$n = N/l \quad V = lS$$

$$\therefore L = \mu n^2 V$$



（一般情况可用下式测量自感）

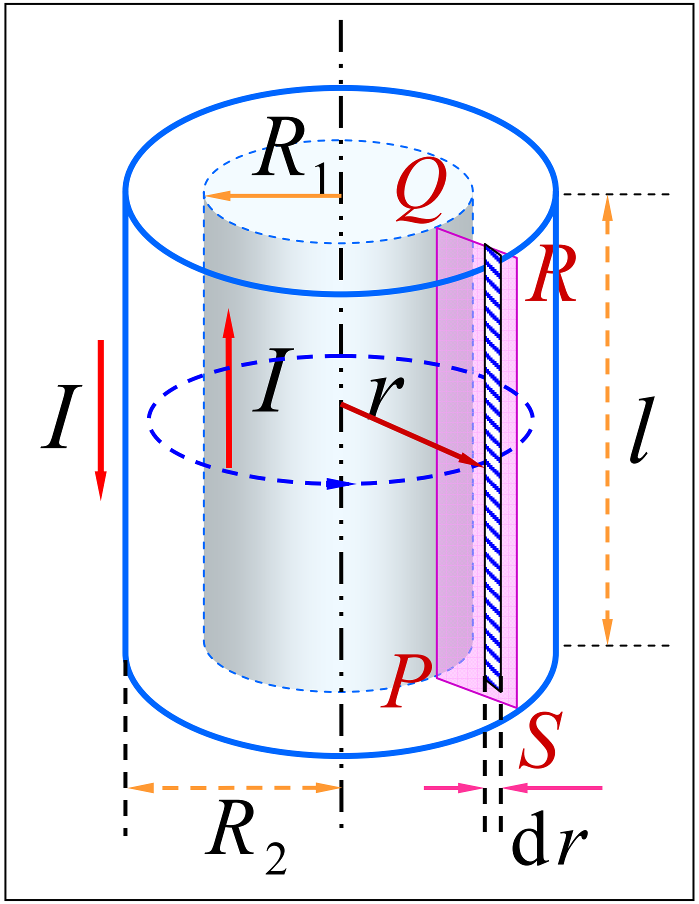
$$\mathrm{E}_L = -L \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

4）自感的应用　稳流，LC 谐振电路，滤波电路，感应圈等．

例 2 有两个同轴圆筒形导体，其半径分别为 R_1 和 R_2，通过它们的电流均为 I，但电流的流向相反. 设在两圆筒间充满磁导率为 μ 的均匀磁介质，求其自感 L .

解 两圆筒之间 $B=\dfrac{\mu I}{2\pi r}$

如图在两圆筒间取一长为 l 的面 $PQRS$，并将其分成许多小面元.



则 $\mathrm{d}\Phi=\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=Bl\mathrm{d}r$

$$\Phi=\int\mathrm{d}\Phi=\int_{R1}^{R2}\frac{\mu I}{2\pi\ r}l\mathrm{d}r$$

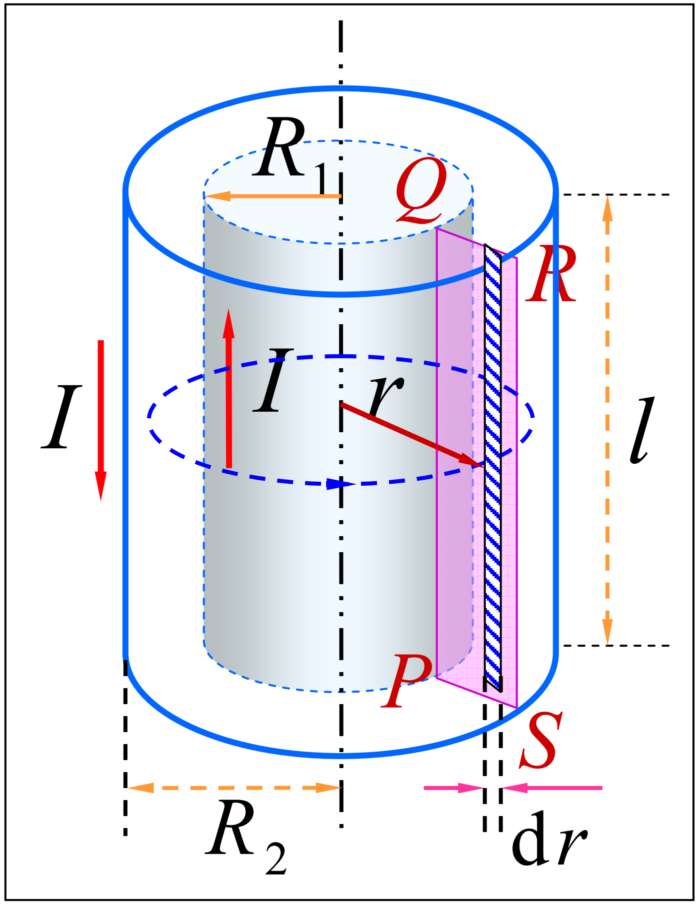
$$\Phi=\int \mathrm{d}\Phi=\int_{R1}^{R2}\frac{\mu I}{2\pi\ r}l\mathrm{d}r$$

即
$$\Phi=\frac{\mu Il}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

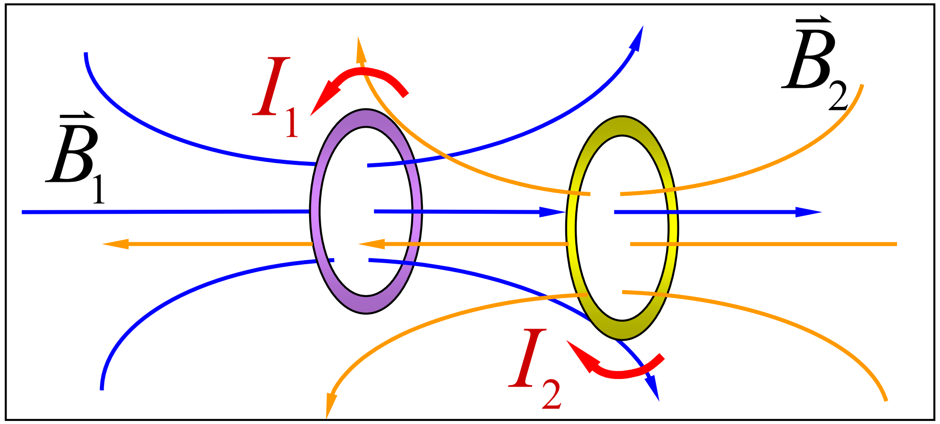
由自感定义可求出

$$L=\frac{\Phi}{I}=\frac{\mu l}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

单位长度的自感为 $\frac{\mu}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$



二　互感电动势 互感



I_1 在 I_2 电流回路中所产生的磁通量

$$\Phi_{21} = M_{21} I_1$$

I_2 在 I_1 电流回路 中所产生的磁通量 $\Phi_{12} = M_{12} I_2$

1）互感系数

（理论可证明）

$$M_{12} = M_{21} = M = \frac{\Phi_{21}}{I_1} = \frac{\Phi_{12}}{I_2}$$

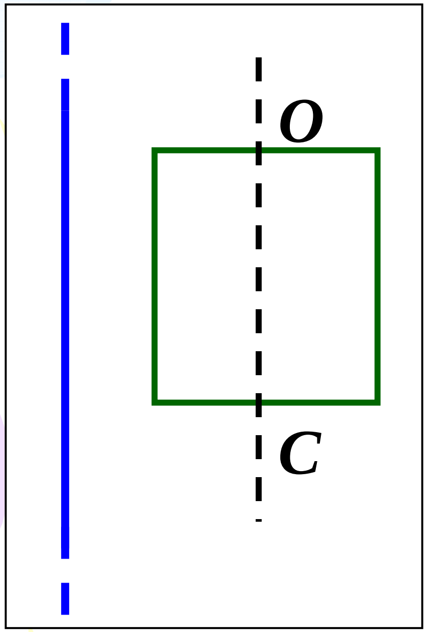
注意

互感仅与两个线圈形状、大小、匝数、相对位置以及周围的磁介质有关（无铁磁质时为常量）.

2）互感电动势

$$\mathcal{E}_{12} = -M\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t} \qquad \mathcal{E}_{21} = -M\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}$$

- 互感系数 $M = -\dfrac{\mathcal{E}_{21}}{\mathrm{d}I_1/\mathrm{d}t} = -\dfrac{\mathcal{E}_{12}}{\mathrm{d}I_2/\mathrm{d}t}$



问：下列几种情况互感是否变化？

1）线框平行直导线移动；

2）线框垂直于直导线移动；

3）线框绕 OC 轴转动；

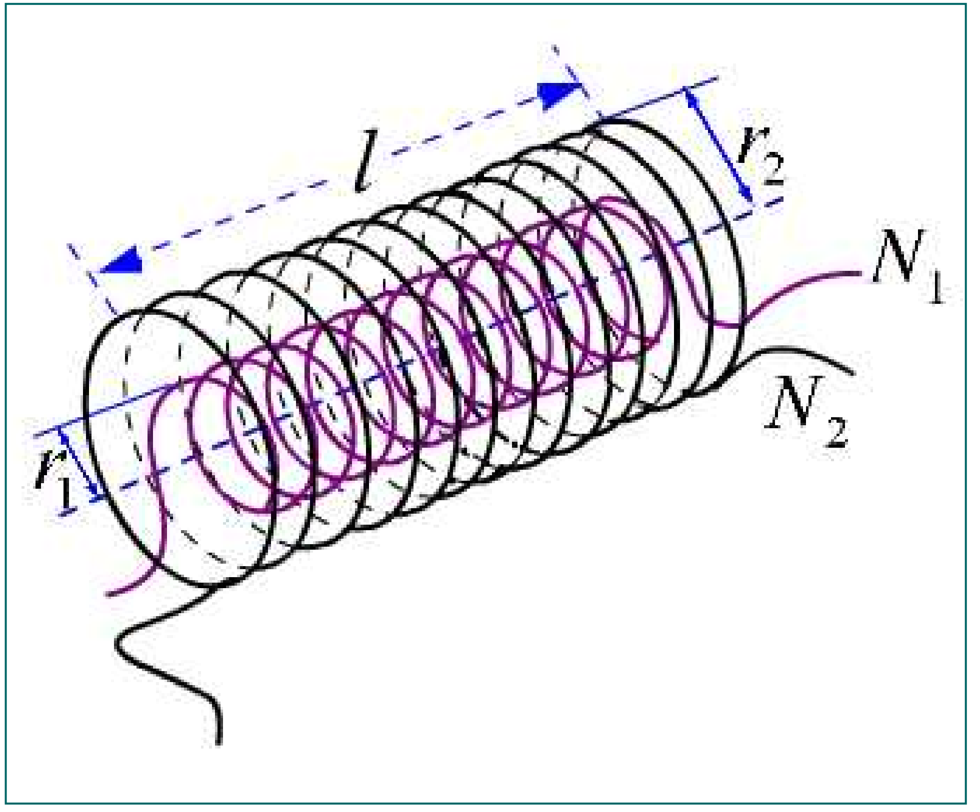
4）直导线中电流变化.

例1 两同轴长直密绕螺线管的互感　有两个长度均为l,半径分别为r_1和r_2（$r_1<r_2$）,匝数分别为N_1和N_2的同轴长直密绕螺线管.**求**它们的互感 M.

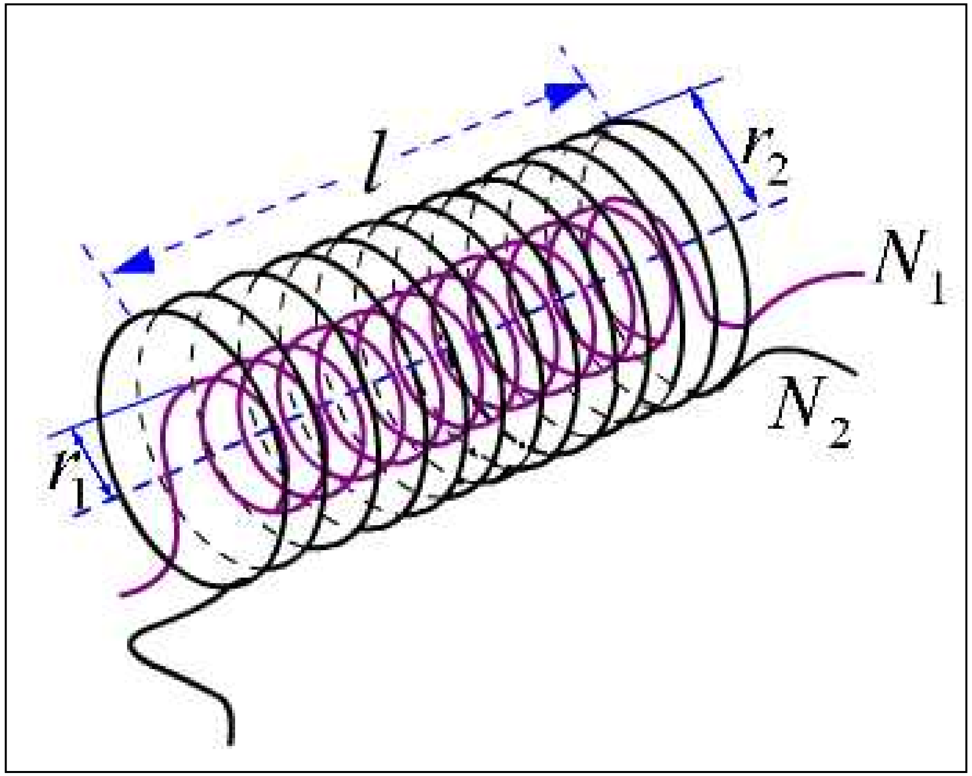
解 先设某一线圈中通以电流 I $\rightarrow$ 求出另一线圈的磁通量$\Phi \rightarrow M$

设半径为 r_1 的线圈中通有电流I_1，则

$$B_1 = \mu_0 \frac{N_1}{l} I_1 = \mu_0 n_1 I_1$$



$$B_1 = \mu_0 \frac{N_1}{l} I_1 = \mu_0 n_1 I_1$$



则穿过半径为 r_2 的线圈的磁通匝数为

$$\psi = N_2 \Phi_{21} = N_2 B_1 (\pi r_1^2)$$

$$= n_2 l B_1 (\pi r_1^2)$$

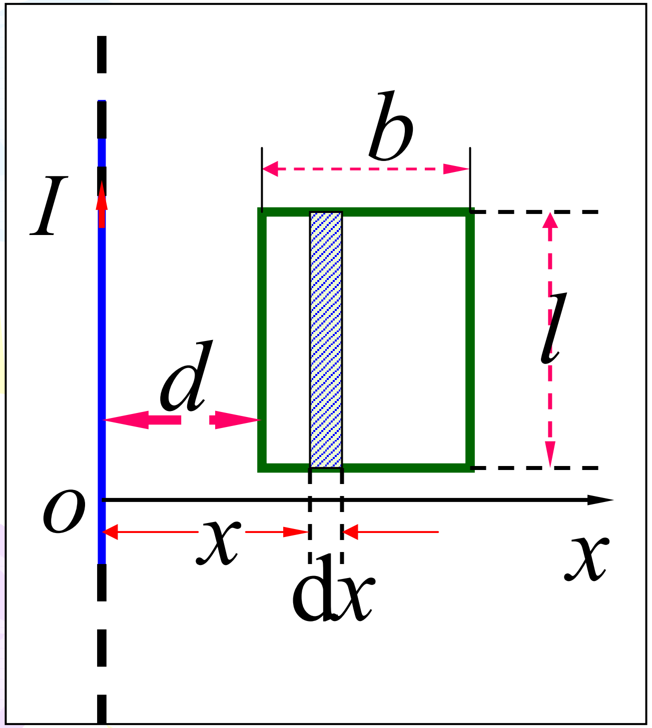
代入 B_1 计算得 $\psi = N_2 \Phi_{21} = \mu_0 n_1 n_2 l (\pi r_1^2) I_1$

则

$$M_{12} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1} = \mu_0 n_1 n_2 l (\pi r_1^2)$$

例 2 在磁导率为 μ 的均匀无限大的磁介质中，一无限长直导线与一宽长分别为 b 和 l 的矩形线圈共面，直导线与矩形线圈的一侧平行，且相距为 d. 求二者的互感系数.

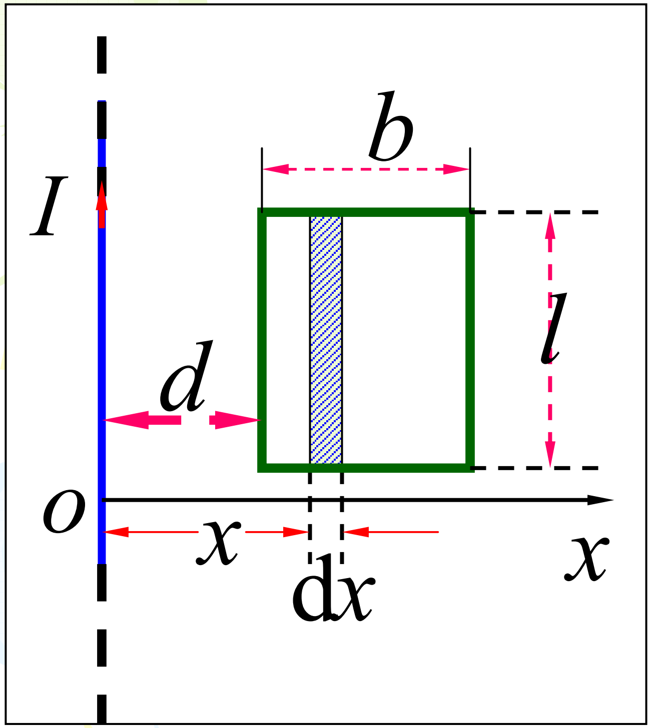
解　设长直导线通电流 I



$$B=\frac{\mu I}{2\pi x}$$

$$\mathrm{d}\Phi=\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=\frac{\mu I}{2\pi x}l\,\mathrm{d}x$$

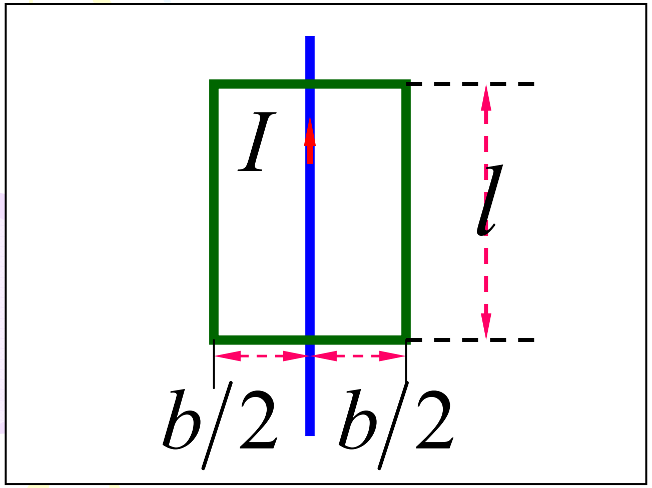
$$\Phi=\int_{d}^{d+b}\frac{\mu I}{2\pi x}l\,\mathrm{d}x$$



$$\Phi = \int_{d}^{d+b} \frac{\mu I}{2\pi\, x} l\,\mathrm{d}x$$

$$= \frac{\mu I l}{2\pi} \ln\left(\frac{b+d}{d}\right)$$

$$M = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu l}{2\pi} \ln\left(\frac{b+d}{d}\right)$$



若导线如左图放置，根据对称性可知 $\Phi = 0$

得 $M = 0$