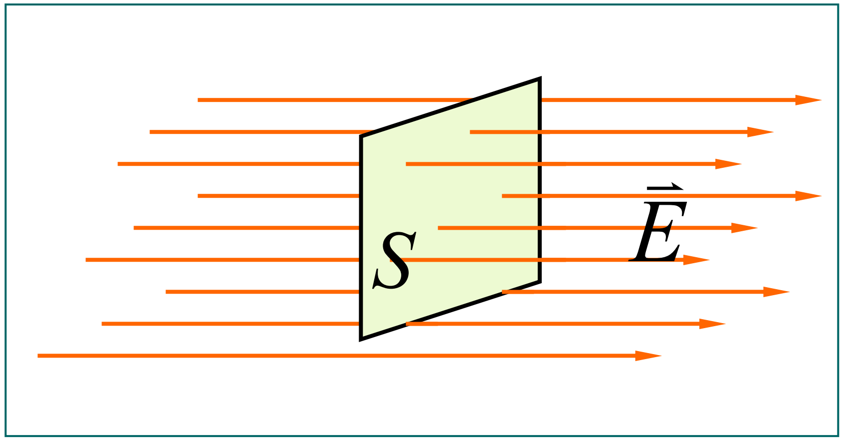
一 电场线 （电场的图示法）

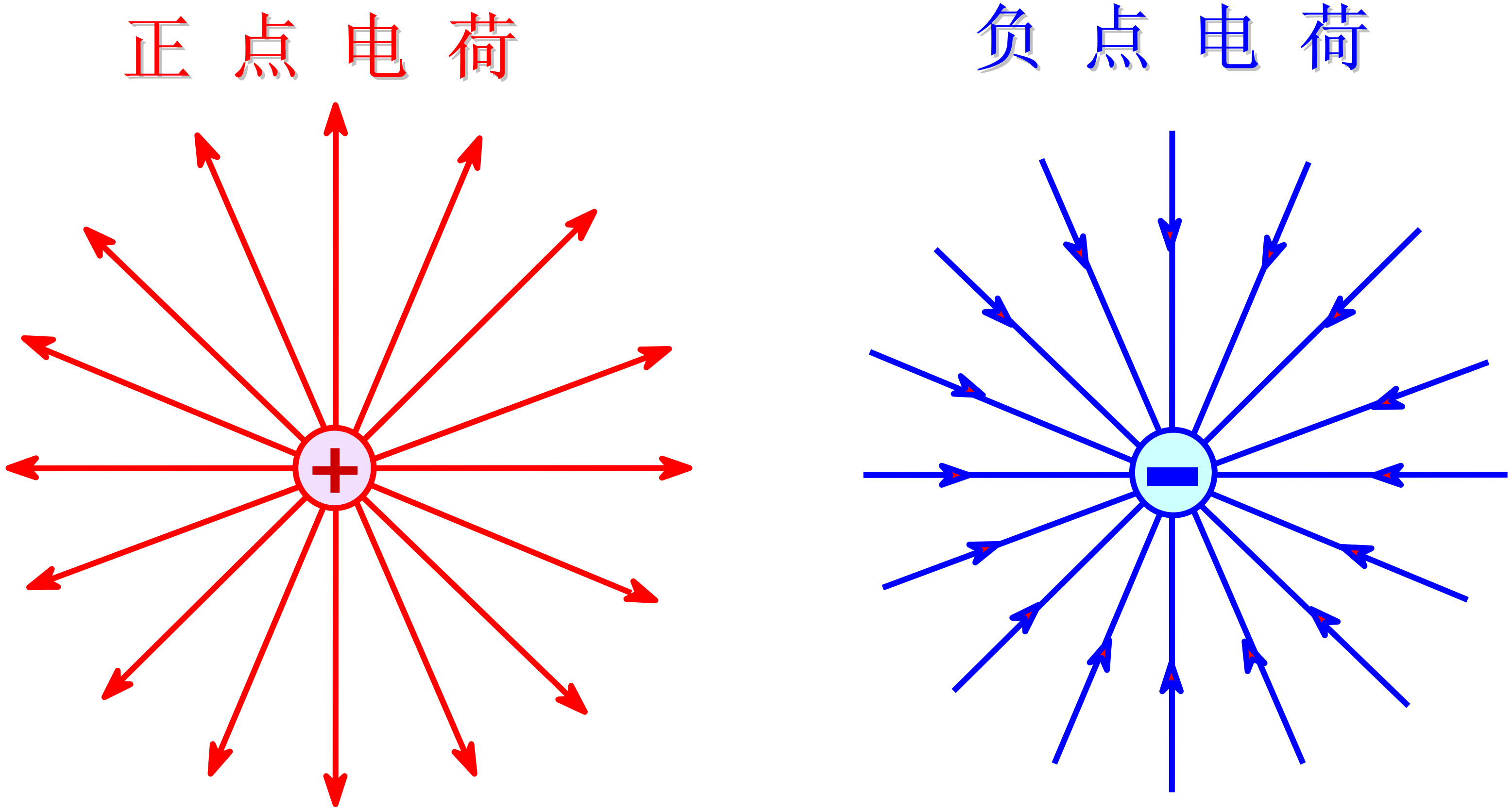
规 定

1） 曲线上每一点切线方向为该点电场方向,

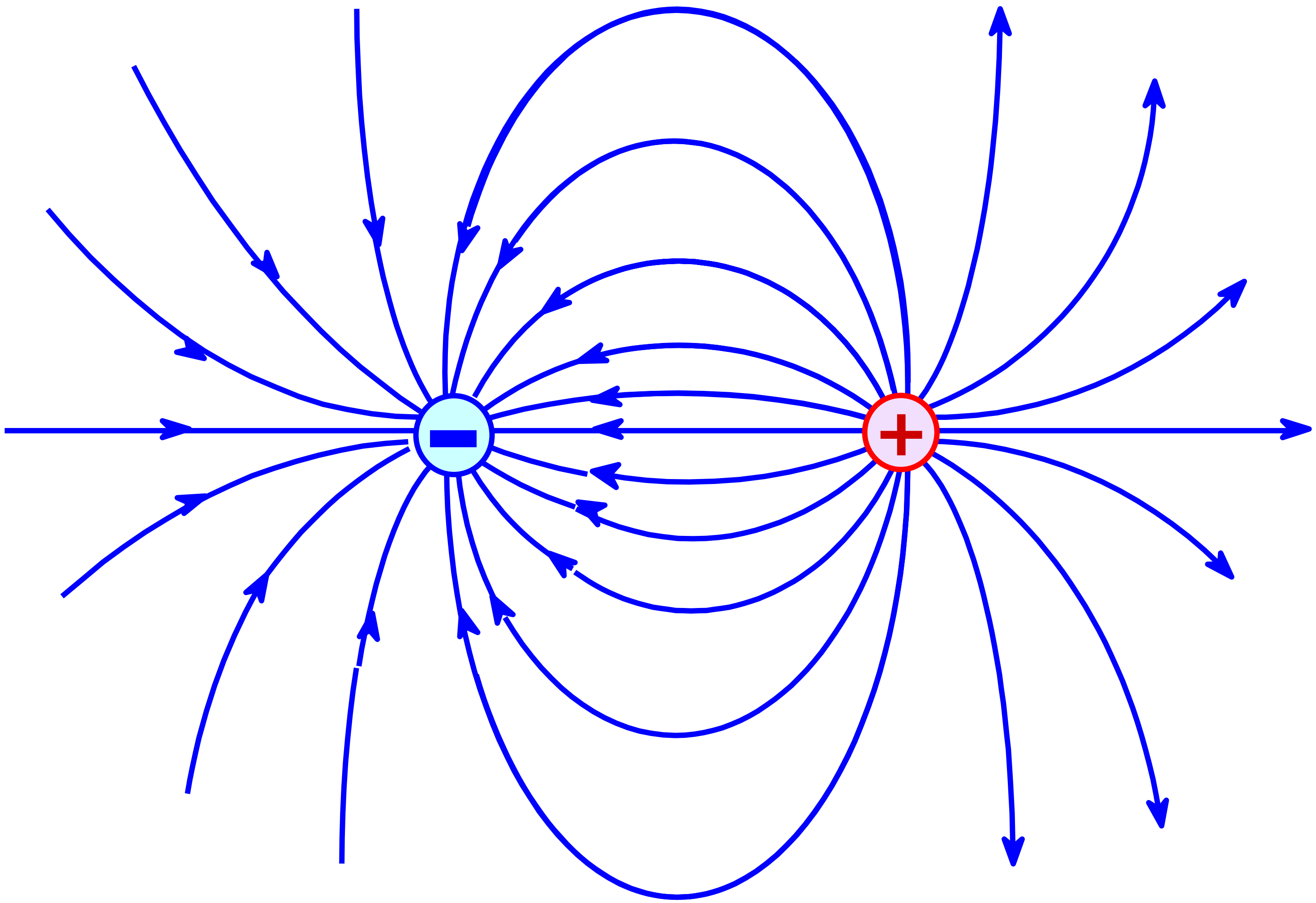
2） 通过垂直于电场方向单位面积电场线数为该点电场强度的大小. $\left|\vec{E}\right| = E = \mathrm{d}N / \mathrm{d}S$



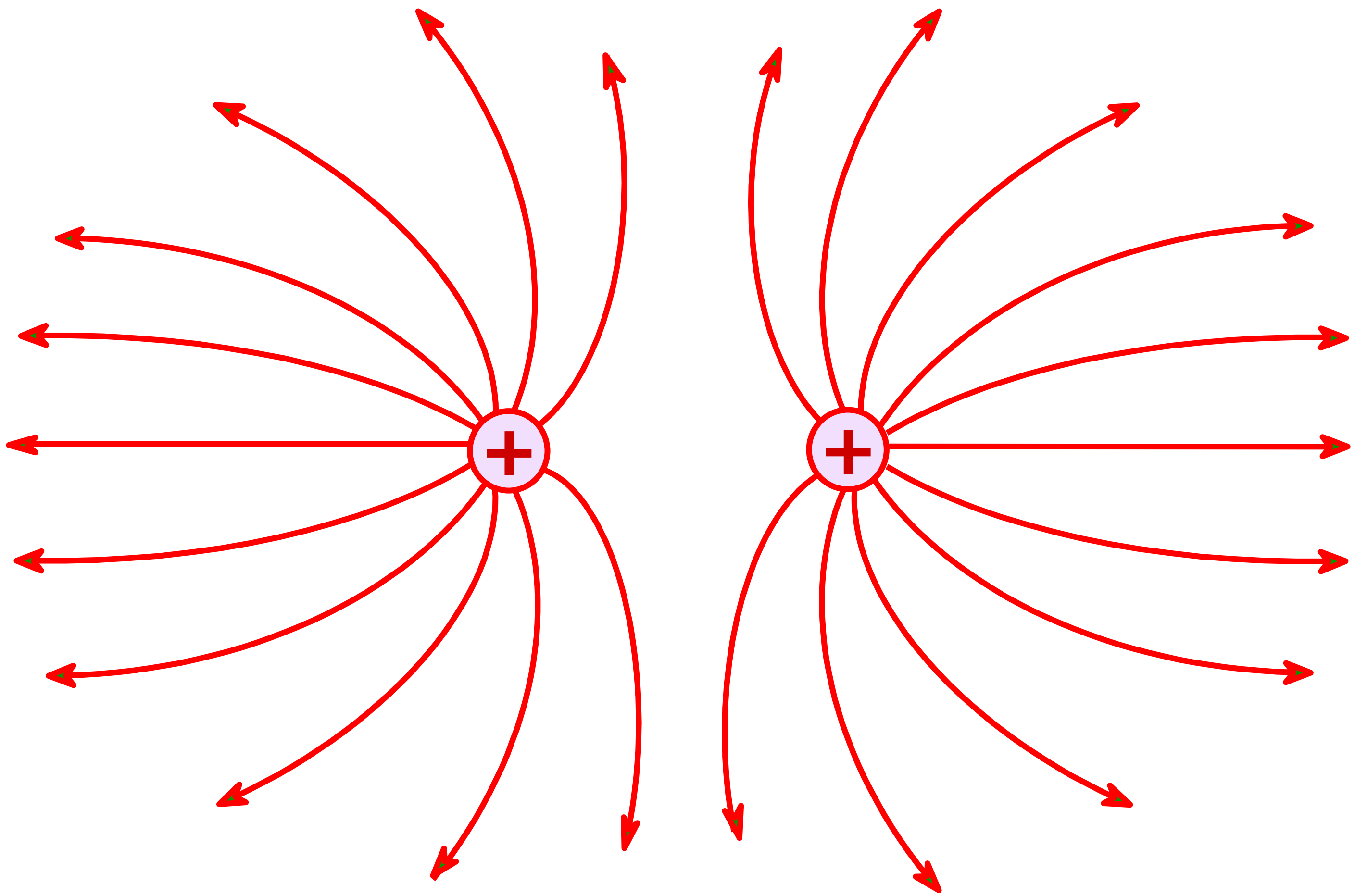
点电荷的电场线



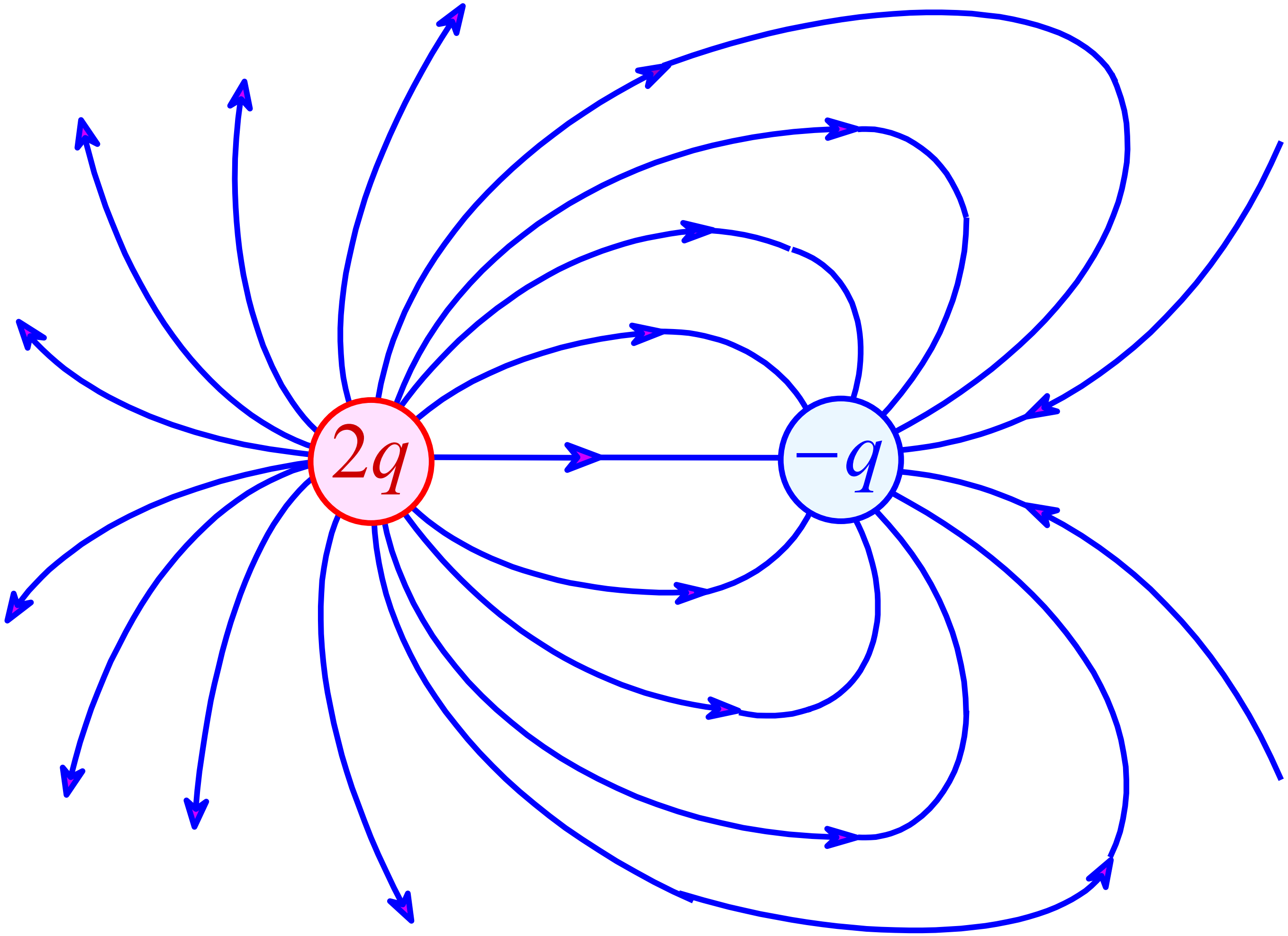
一对等量异号点电荷的电场线



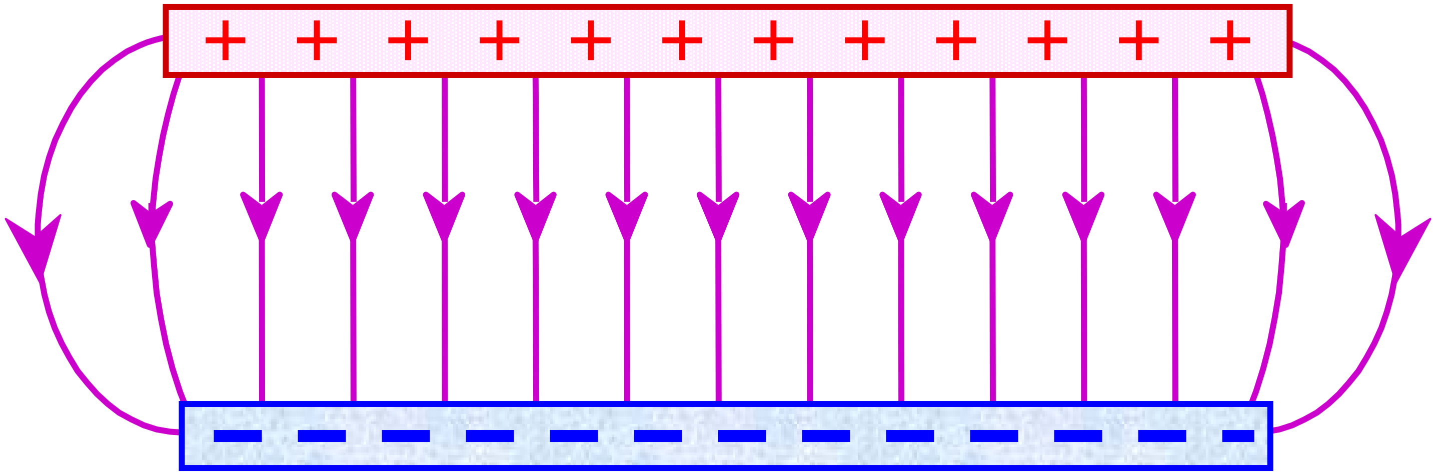
一对等量正点电荷的电场线



一对不等量异号点电荷的电场线



带电平行板电容器的电场线



电场线特性

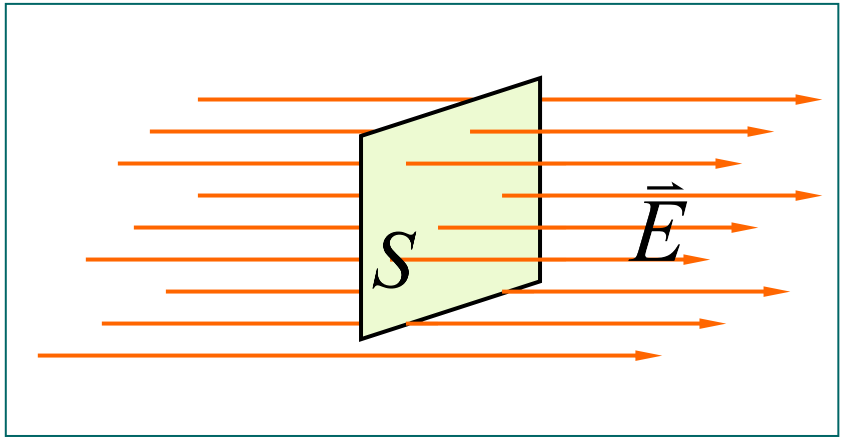
1） 始于正电荷，止于负电荷(或来自无穷远，去向无穷远).

2） 电场线不相交.

3） 静电场电场线不闭合.

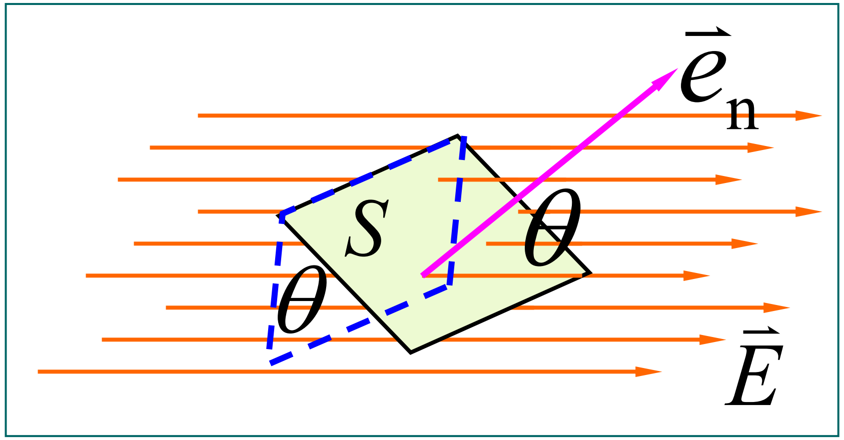
二　电场强度通量

通过电场中某一个面的电场线数叫做通过这个面的电场强度通量.



◆ 均匀电场，$\vec{E}$垂直平面

$$\Phi_{\mathrm{e}} = ES$$



◆ 均匀电场，$\vec{E}$与平面夹角θ

$$\Phi_{\mathrm{e}} = ES\cos\theta$$

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \vec{E}\cdot\vec{S}$$

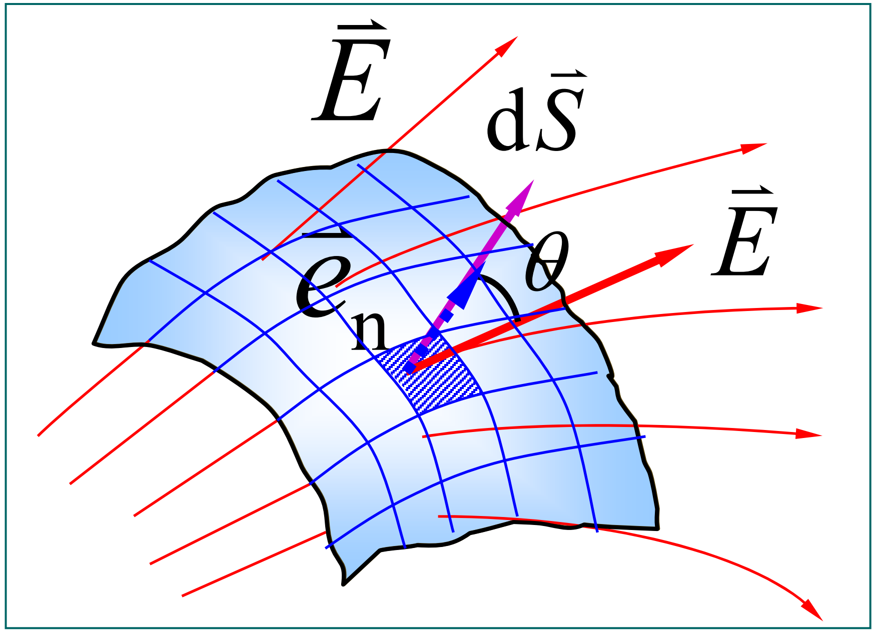
◆ 非均匀电场强度电通量

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{S}=\mathrm{d}S\cdot\vec{e}_{\mathrm{n}}}$$

$$\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}}=\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$\Phi_{\mathrm{e}}=\int\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}}=\int_{S}E\cos\theta\mathrm{d}S$$

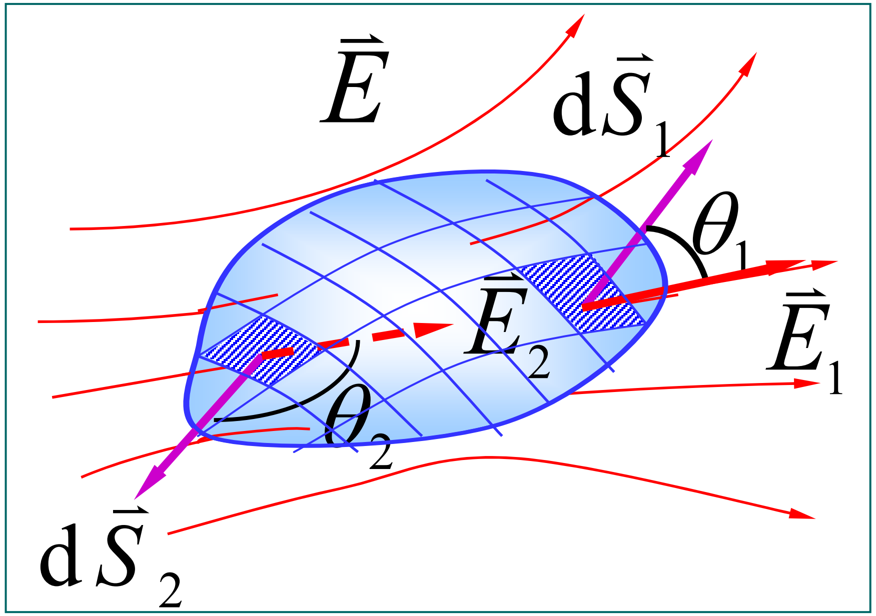
$$\Phi_{\mathrm{e}}=\int_{S}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$



◆ S 为封闭曲面

$$\theta_1<\frac{\pi}{2},\quad \mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e1}}>0$$

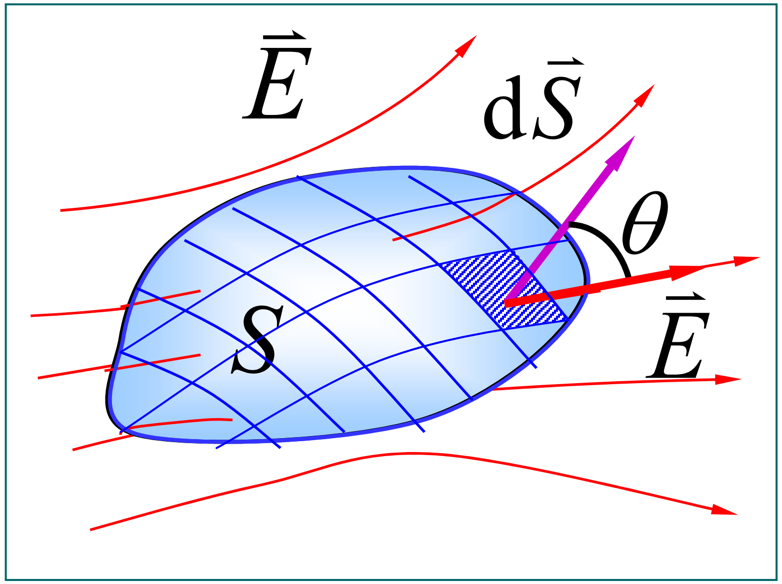
$$\theta_2>\frac{\pi}{2},\quad \mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e2}}<0$$



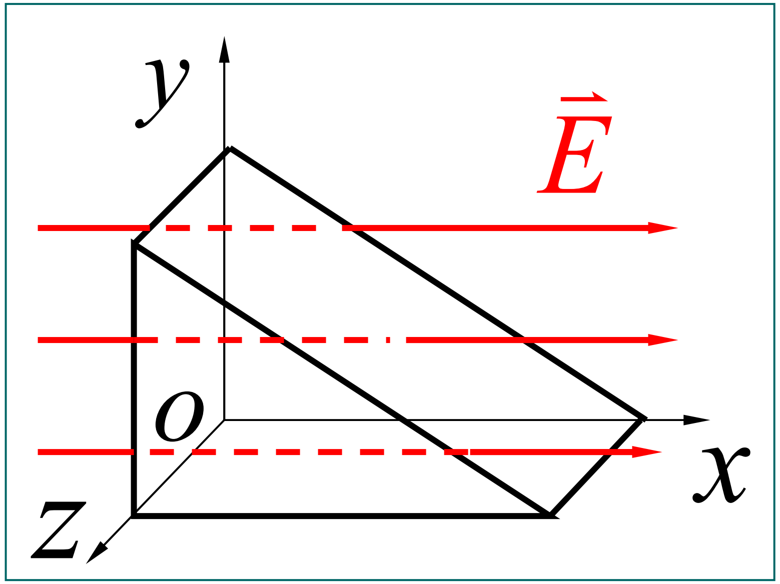
◆ 闭合曲面的电场强度通量

$$\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}} = \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

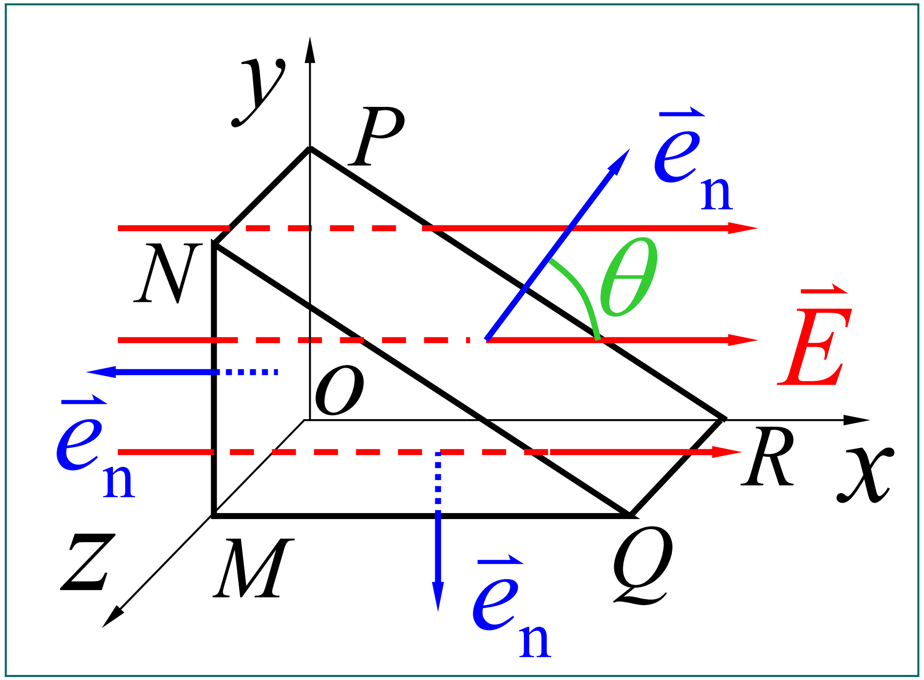
$$\Phi_{\mathrm{e}} = \oint_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \oint_S E\cos\theta\mathrm{d}S$$



例1 如图所示，有一个三棱柱体放置在电场强度 $\vec{E} = 200\vec{i}\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{C}^{-1}$ 的匀强电场中．求通过此三棱柱体的电场强度通量．



解 $\Phi_{e}=\Phi_{e前}+\Phi_{e后}+\Phi_{e左}+\Phi_{e右}+\Phi_{e下}$



$$\Phi_{e前}=\Phi_{e后}=\Phi_{e下}=\int_{S}\vec{E}\cdot d\vec{S}=0$$

$$\Phi_{e左}=\int_{S左}\vec{E}\cdot d\vec{S}=ES_{左}\cos\pi=-ES_{左}$$

$$\Phi_{e右}=\int_{S右}\vec{E}\cdot d\vec{S}=ES_{右}\cos\theta=ES_{左}$$

$$\Phi_{e}=\Phi_{e前}+\Phi_{e后}+\Phi_{e左}+\Phi_{e右}+\Phi_{e下}=0$$

三 高斯定理

在真空中, 通过任一闭合曲面的电场强度通量, 等于该曲面所包围的所有电荷的代数和除以 ε_0 .

（与面外电荷无关，闭合曲面称为高斯面）

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i$$

请思考：1）高斯面上的 $\vec{E}$ 与那些电荷有关 ？

2）哪些电荷对闭合曲面 S的 Φ_{e}有贡献 ？

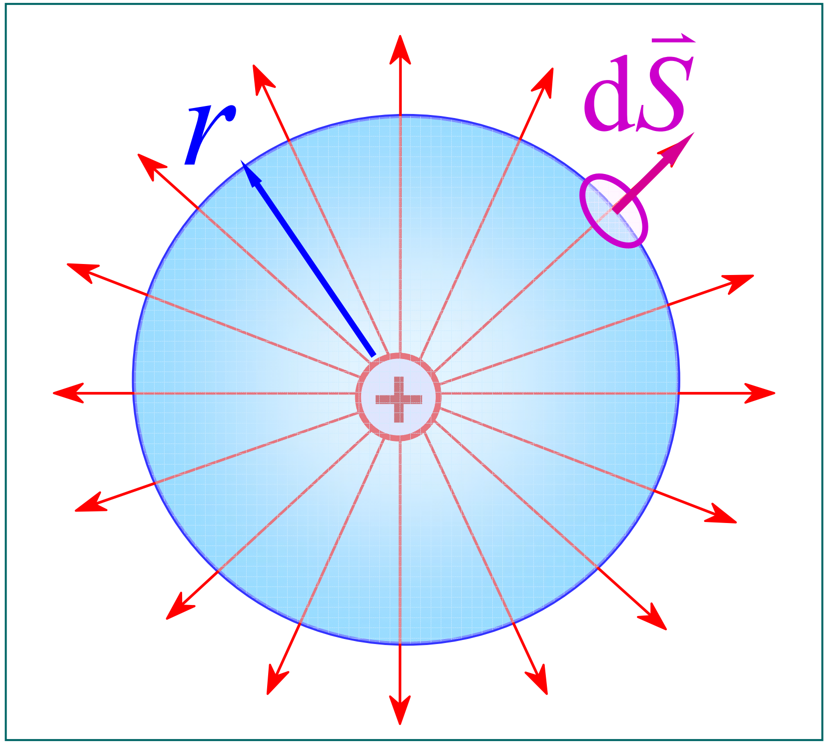
高斯定理的导出 $\begin{cases}\text{库仑定律} \\ \text{电场强度叠加原理}\end{cases}$ ⇒ 高斯定理

◆ 点电荷位于球面中心

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\Phi_{\mathrm{e}}=\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\oint_S \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}S$$

$$\Phi_{\mathrm{e}}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$



◆ 点电荷在任意封闭曲面内

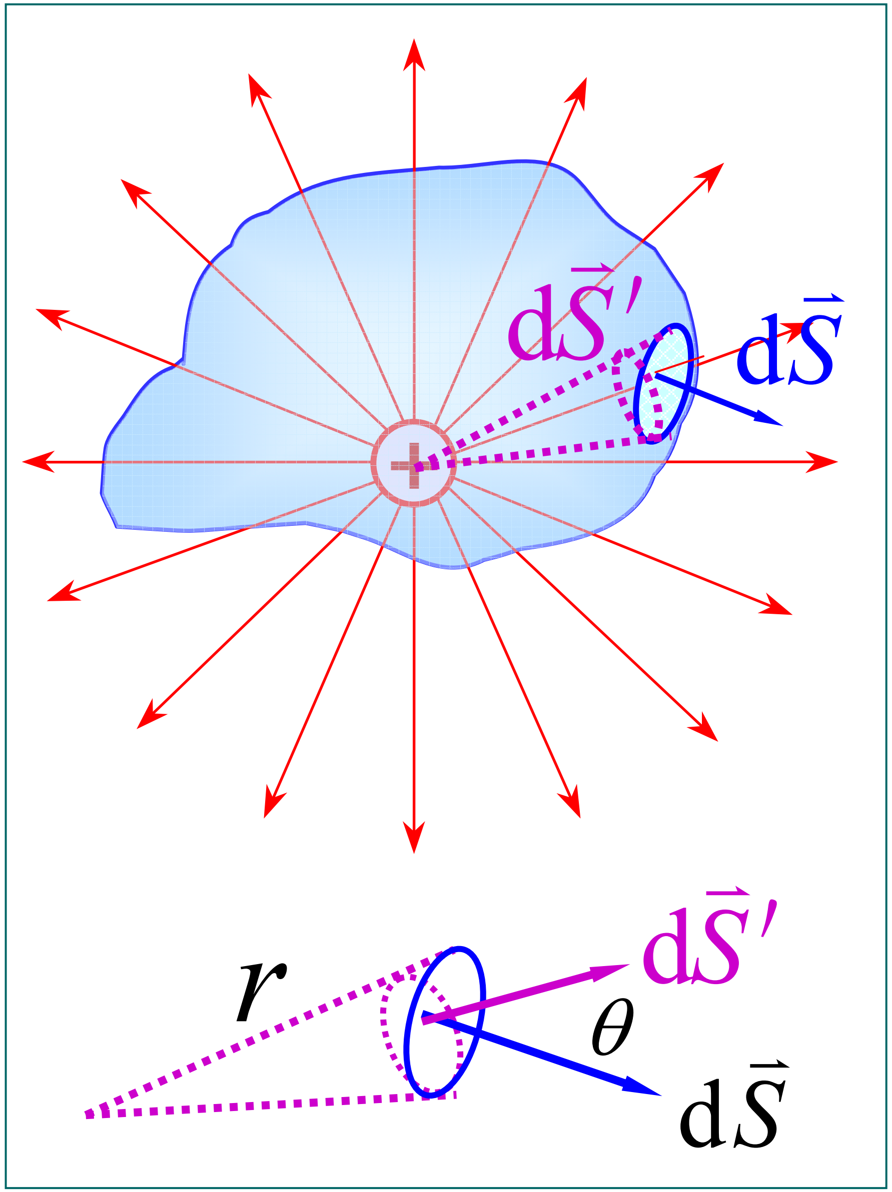
$$\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}} = \frac{q}{4\pi\,\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}S\cos\theta$$

$$= \frac{q}{4\pi\,\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}S'}{r^2}$$

其中立体角

$$\frac{\mathrm{d}S'}{r^2} = \mathrm{d}\Omega$$

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\oint\mathrm{d}\Omega = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



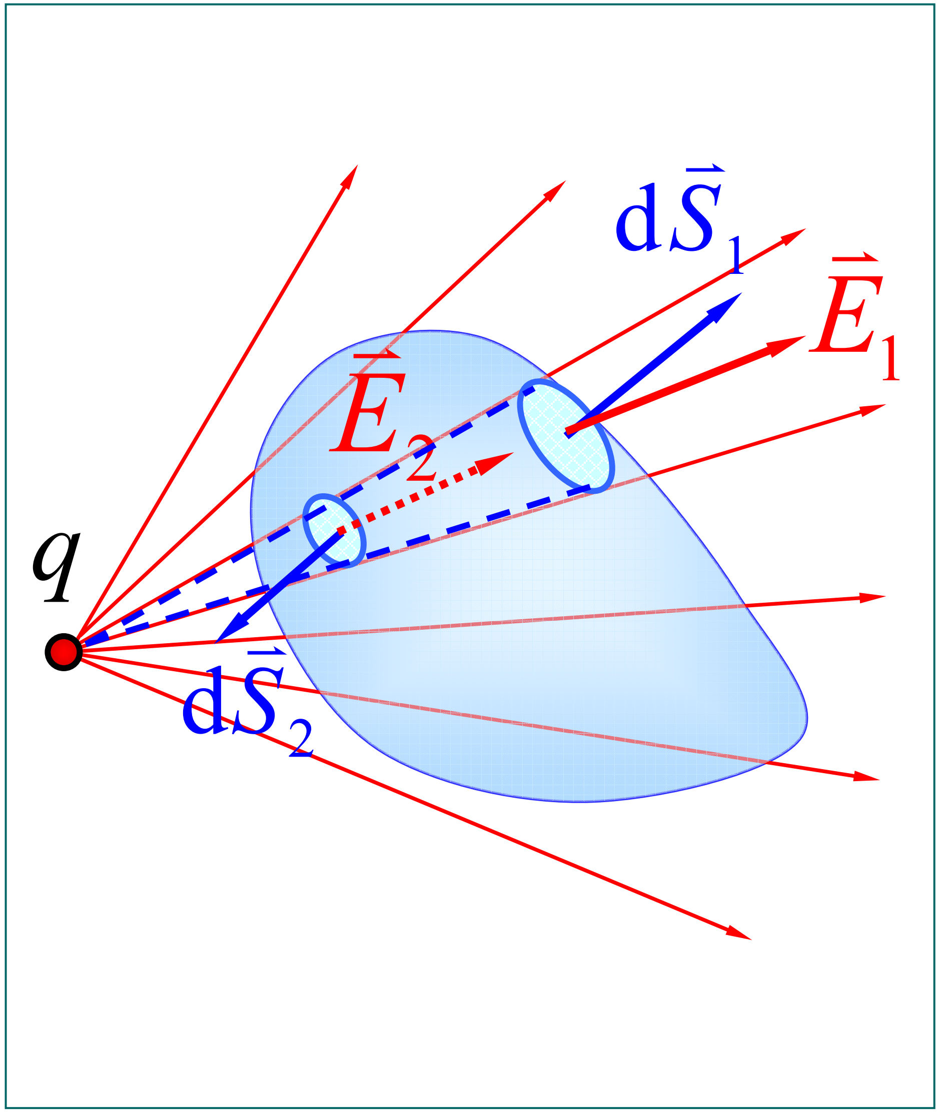
◈ 点电荷在封闭曲面之外

$$\mathrm{d}\Phi_1 = \vec{E}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{S}_1 > 0$$

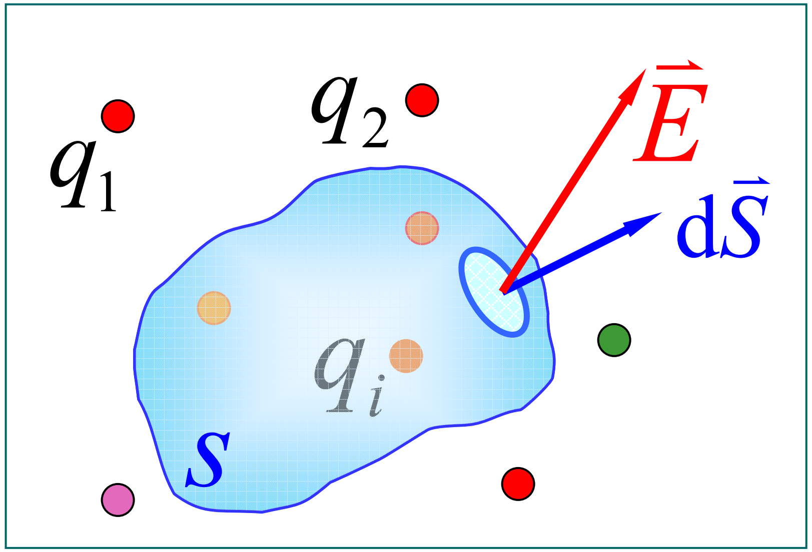
$$\mathrm{d}\Phi_2 = \vec{E}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{S}_2 < 0$$

$$\mathrm{d}\Phi_1 + \mathrm{d}\Phi_2 = 0$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$



◆ 由多个点电荷产生的电场



$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\cdots$$

$$\Phi_{\mathrm{e}}=\oint_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\oint_S \sum_i \vec{E}_i\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$=\sum_{i(\text{内})}\oint_S \vec{E}_i\cdot\mathrm{d}\vec{S}+\sum_{i(\text{外})}\oint_S \vec{E}_i\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$\because \sum_{i(\text{外})}\oint_S \vec{E}_i\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$$

$$\therefore \Phi_{\mathrm{e}}=\sum_{i(\text{内})}\oint_S \vec{E}_i\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i(\text{内})} q_i$$

高斯定理 $\Phi_{\mathrm{e}} = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \dfrac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i$

总　结

1）高斯面上的电场强度为所有内外电荷的总电场强度.

2）高斯面为封闭曲面.

3）穿进高斯面的电场强度通量为正，穿出为负.

4）仅高斯面内的电荷对高斯面的电场强度通量有贡献.

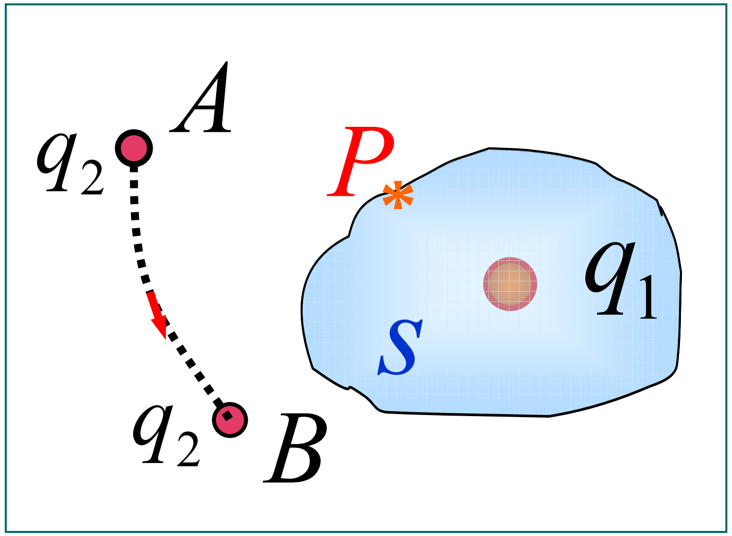
5）静电场是有源场.

讨论

◆ 将q_2从 A 移到 B

点 P 电场强度是否变化?

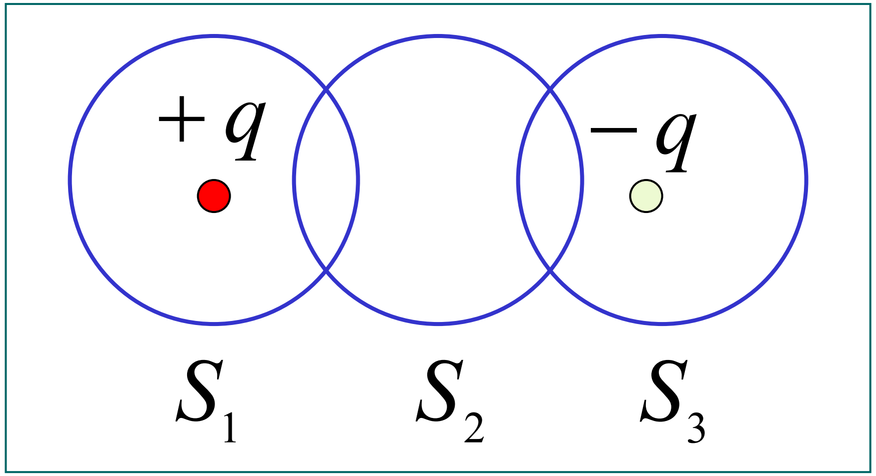
穿过高斯面 S 的 Φ_e有否变化?



◆ 在点电荷 $+q$ 和 $-q$ 的静电场中，做如下的三个闭合面 S_1, S_2, S_3，求通过各闭合面的电通量 .

$$\Phi_{e1}=\oint_{S_1}\vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi_{e2}=0 \qquad \Phi_{e3}=\frac{-q}{\varepsilon_0}$$



四　高斯定理的应用

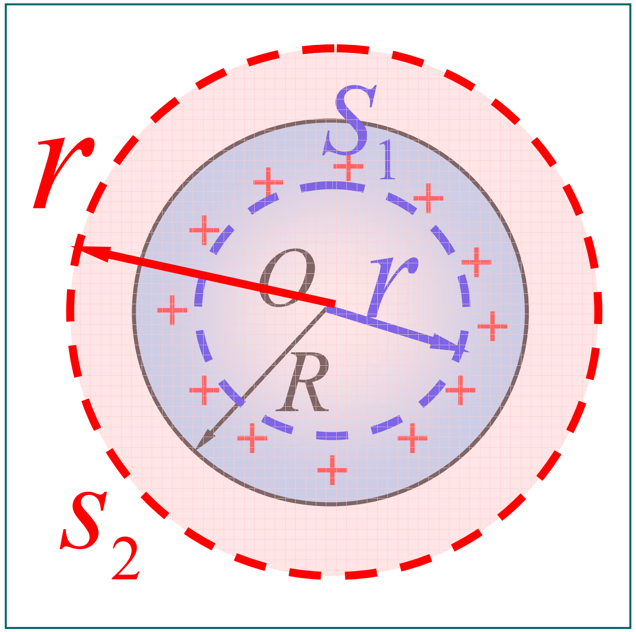
（用高斯定理求解的静电场必须具有一定的对称性）

其步骤为

- 对称性分析；
- 根据对称性选择合适的高斯面；
- 应用高斯定理计算.

例2　均匀带电球壳的电场强度

一半径为R，均匀带电 Q的薄球壳．求球壳内外任意点的电场强度.



解（1）$0<r<R$

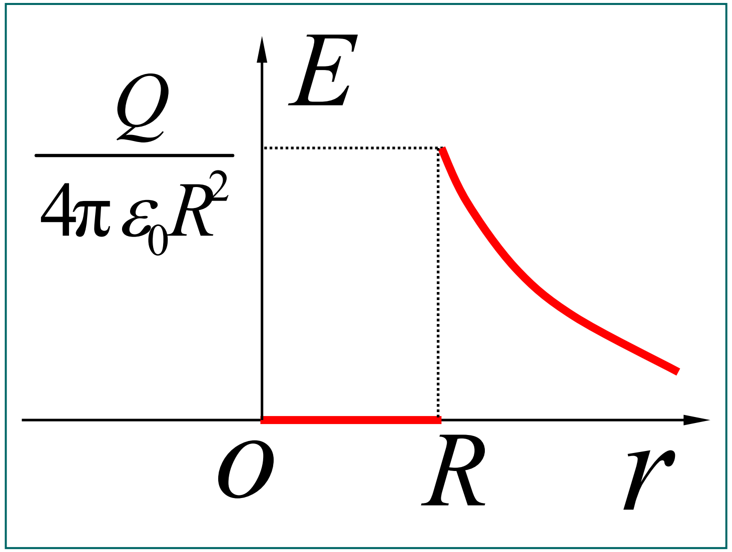
$$\oint_{S_1}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0 \qquad \boxed{\vec{E}=0}$$

（2）$r>R$

$$\oint_{S_2}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$4\pi r^2 E=\frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$



例3 无限长均匀带电直线的电场强度

无限长均匀带电直线，单位长度上的电荷，即电荷线密度为 λ，求距直线为 r 处的电场强度.

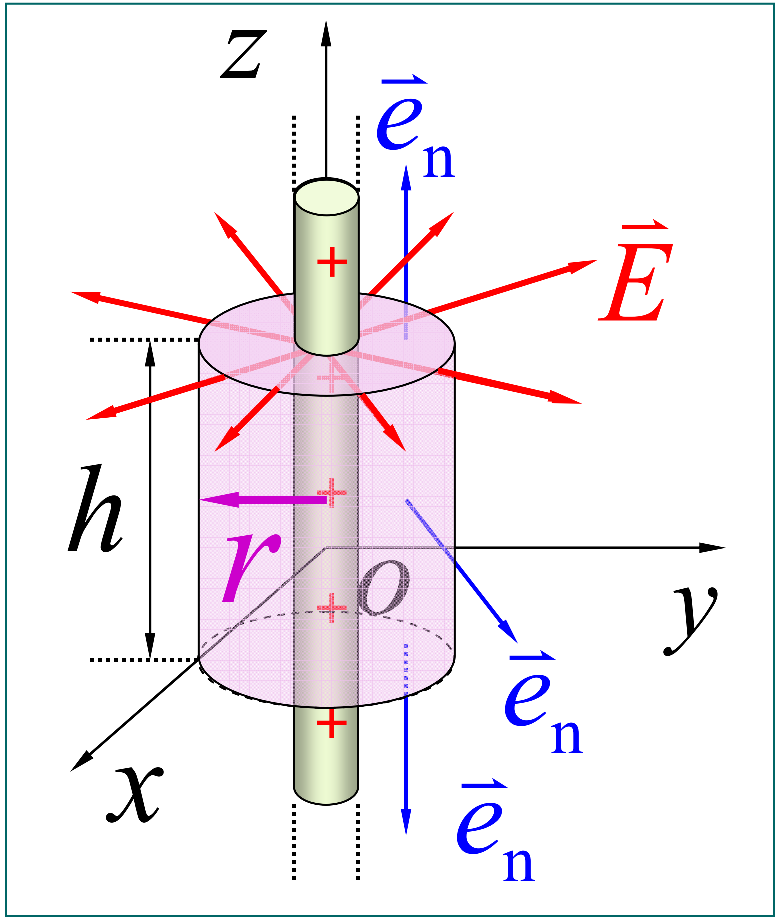
解 对称性分析：轴对称

选取闭合的柱形高斯面

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} =$$

$$\int_{s(\text{柱面})} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} + \int_{s(\text{上底})} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} + \int_{s(\text{下底})} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

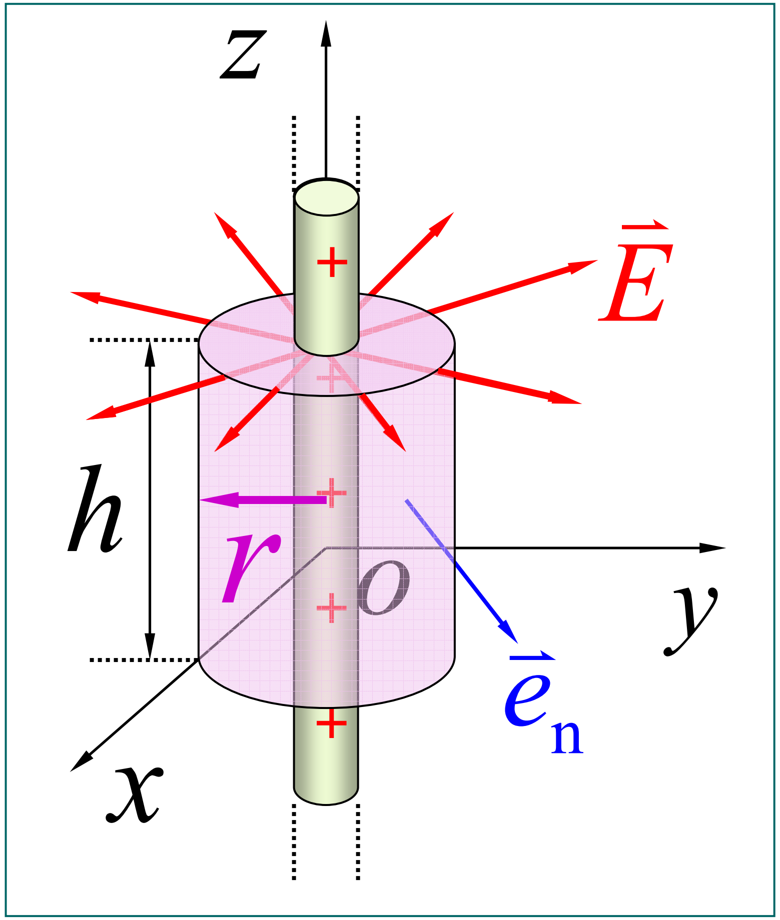
$$= \int_{s(\text{柱面})} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$



$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_{s(\text{柱面})} E\mathrm{d}S = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$$

$$2\pi\, rhE = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0 r}}$$



例4 无限大均匀带电平面的电场强度

无限大均匀带电平面，单位面积上的电荷，即电荷面密度为 σ，求距平面为 r 处的电场强度.

解 对称性分析：$\vec{E}$ 垂直平面

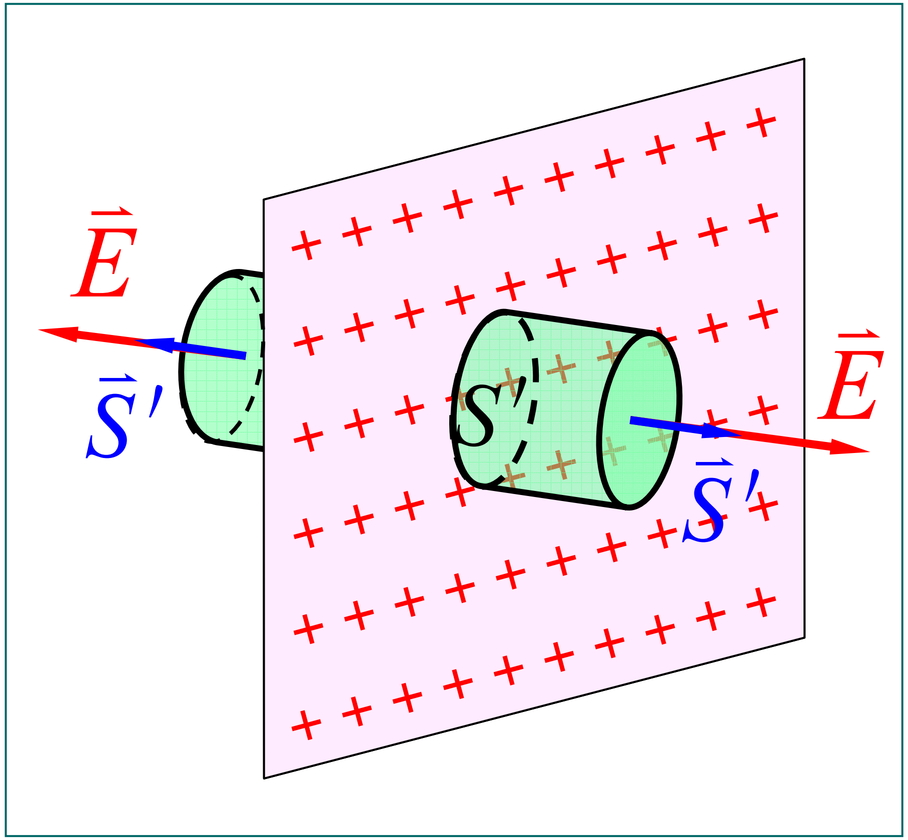
选取闭合的柱形高斯面

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{\sigma S'}{\varepsilon_0}$$

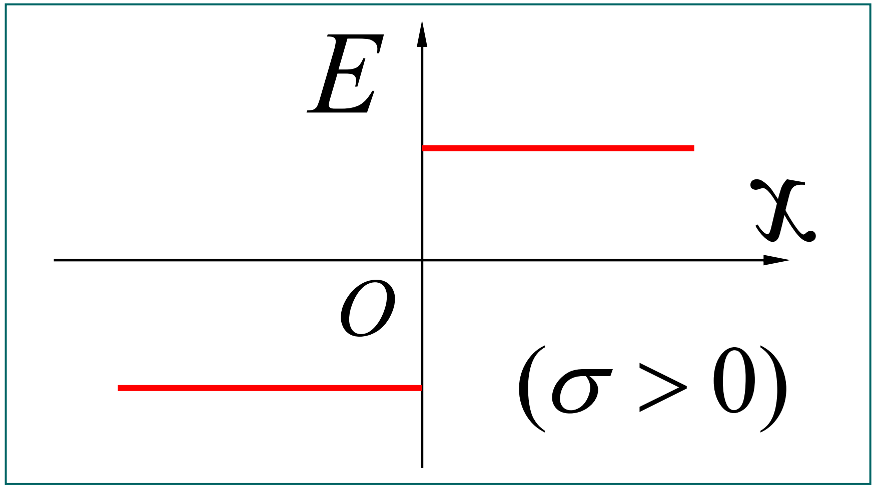
底面积

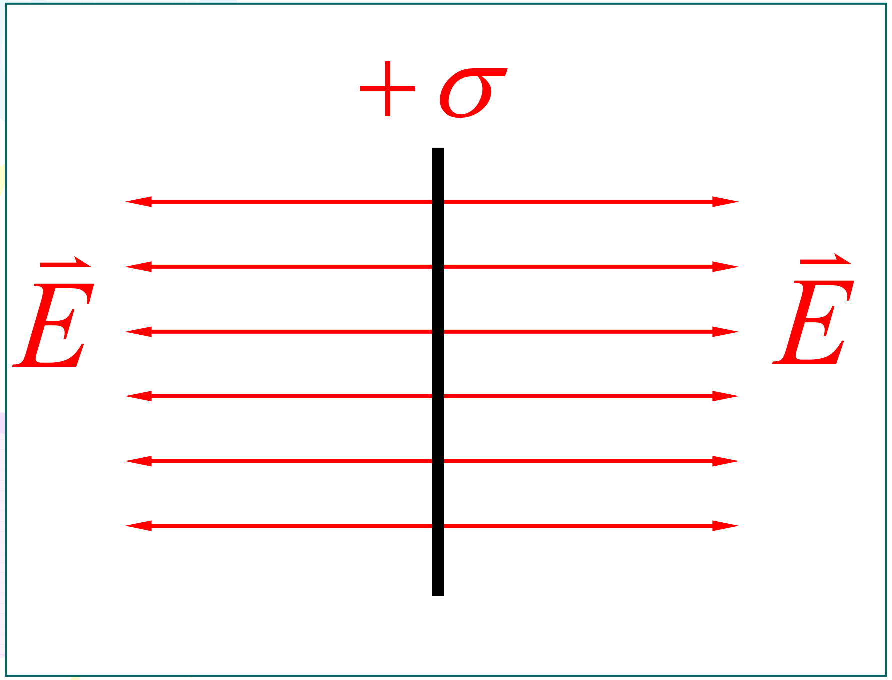
$$2S'E=\frac{\sigma S'}{\varepsilon_0}$$

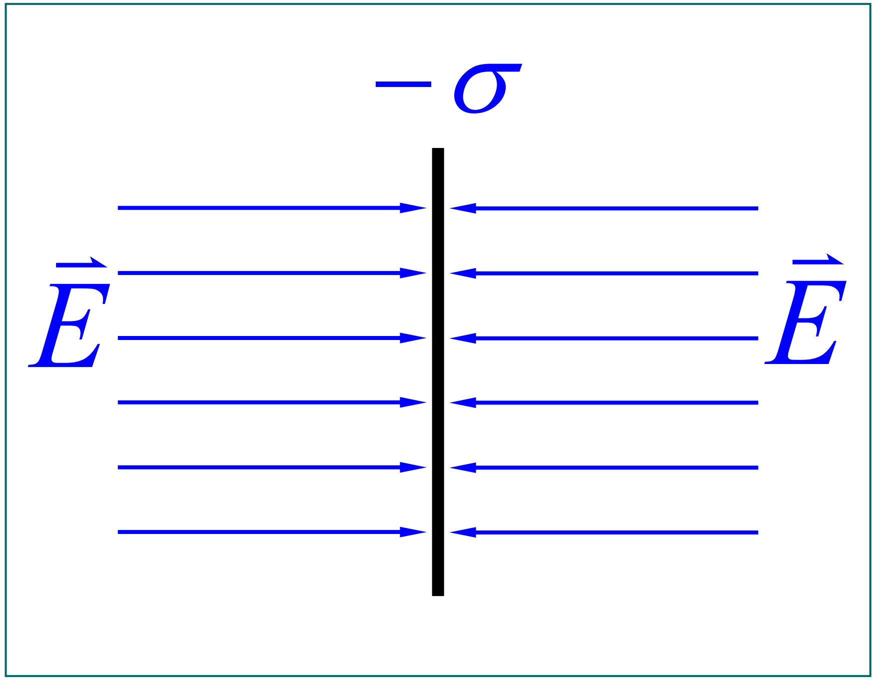
$$\boxed{E=\sigma/2\varepsilon_0}$$



$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$







讨论

无限大带电平面的电场叠加问题