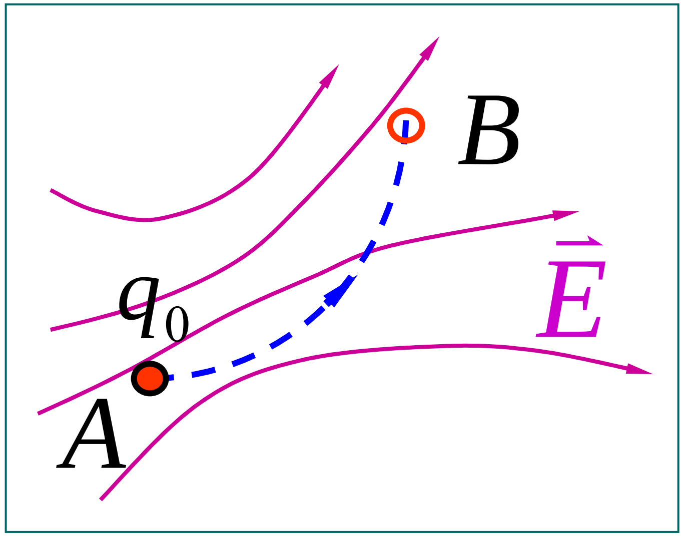
一　电势

$$\int_{AB} q_0 \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -(E_{pB} - E_{pA})$$

$$E_{pA} = \int_{AB} q_0 \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad (E_{pB} = 0)$$



$$\int_{AB} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -(\boxed{\frac{E_{pB}}{q_0}} - \boxed{\frac{E_{pA}}{q_0}})$$

(积分大小与 q_0无关)

B点电势　$V_B = \boxed{\frac{E_{pB}}{q_0}}$

$V_A = \boxed{\frac{E_{pA}}{q_0}}$　A点电势

$$V_A = \int_{AB} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + V_B$$

（V_B为参考电势，值任选）

$$V_A = \int_{AB} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} + V_B$$

令 $V_B = 0$ $\quad V_A = \int_{AB} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

$$\boxed{V_A = \int_A^{V=0点} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

◆ 电势零点选择方法：有限带电体以无穷远为电势零点，实际问题中常选择地球电势为零.

$$V_A = \int_{A\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

◆ 物理意义 把单位正试验电荷从点 A 移到无穷远时，静电场力所作的功.

◆ 电势差 $\quad U_{AB} = V_A - V_B = \int_{AB} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

◆ 电势差 $$U_{AB}=V_A-V_B=\int_{AB}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

(将单位正电荷从A移到B电场力作的功.)

注意 电势差是绝对的，与电势零点的选择无关；

电势大小是相对的，与电势零点的选择有关.

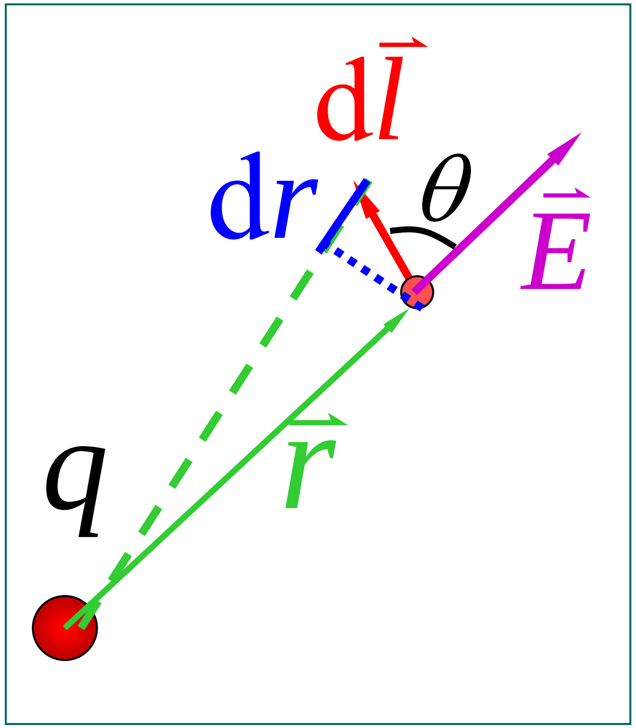
◆ 静电场力的功 $$W_{AB}=q_0V_A-q_0V_B=-q_0U_{BA}$$

◆ 单位：伏特（V）

原子物理中能量单位 $1\mathrm{eV}=1.602\times 10^{-19}\,\mathrm{J}$

二 点电荷的电势

$$\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$$ 令 $V_\infty=0$



$$V=\int_r^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\int_r^\infty \frac{q r \mathrm{d}r}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

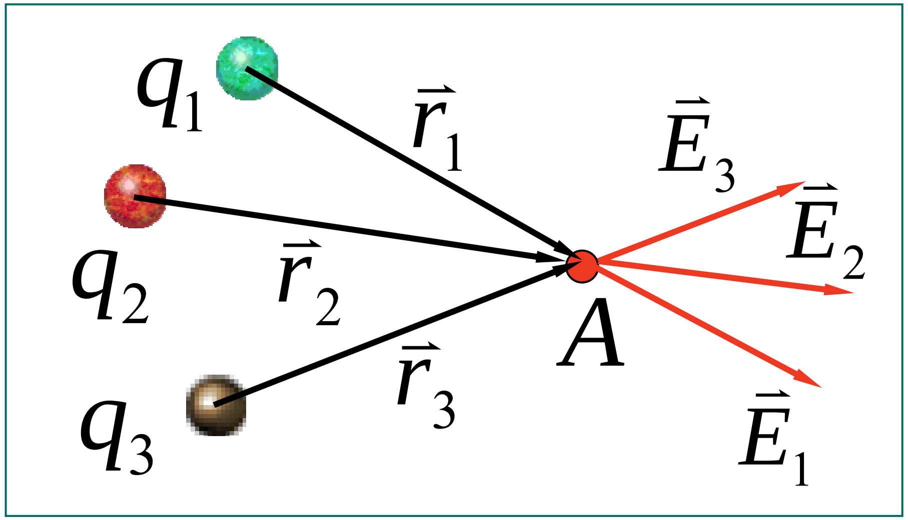
$$\boxed{V=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

$$\begin{cases} q>0, & V>0 \\ q<0, & V<0 \end{cases}$$

三 电势的叠加原理

◆ 点电荷系 $\vec{E}=\sum_i \vec{E}_i$

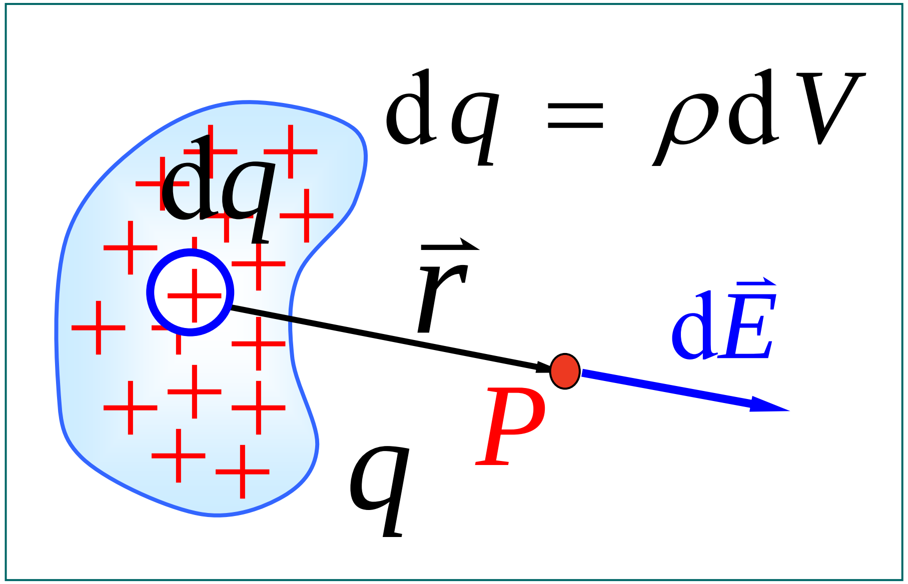
$$V_A=\int_A^{\infty}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\sum_i\int_A^{\infty}\vec{E}_i\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$



$$\boxed{V_A=\sum_i V_{Ai}=\sum_i\frac{q_i}{4\pi\,\varepsilon_0 r_i}}$$

◆ 电荷连续分布

$$\boxed{V_P=\int\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\,\varepsilon_0 r}}$$



讨论

求电势的方法

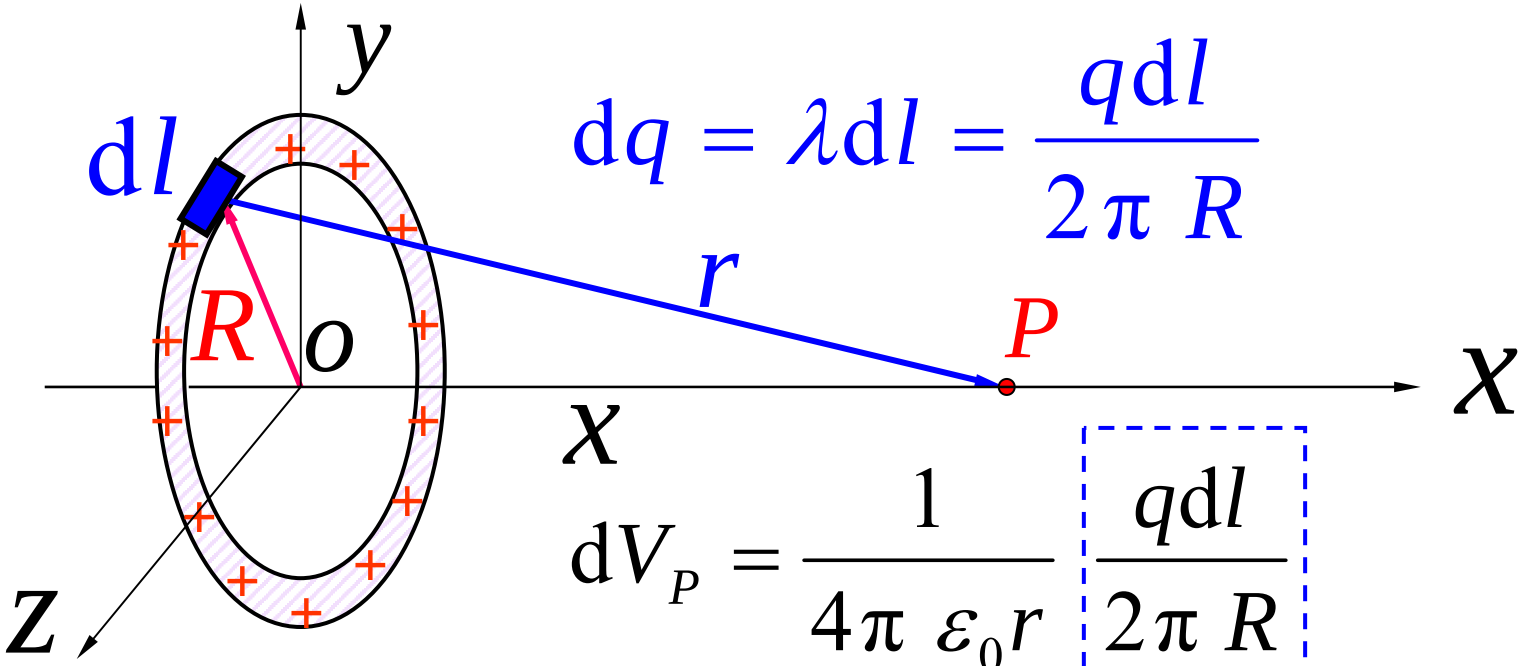
➢ 利用 $V_P=\int\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\,\varepsilon_0 r}$

（利用了点电荷电势 $V=q/4\pi\,\varepsilon_0 r$，这一结果已选无限远处为电势零点，即使用此公式的前提条件为有限大带电体且选无限远处为电势零点.）

➢ 若已知在积分路径上 $\vec{E}$ 的函数表达式，

则 $$V_A=\int_A^{V=0\text{点}}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

例1　正电荷 q 均匀分布在半径为 R 的细圆环上. 求圆环轴线上距环心为 x 处点 P 的电势.



$$\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l = \frac{q\mathrm{d}l}{2\pi R}$$

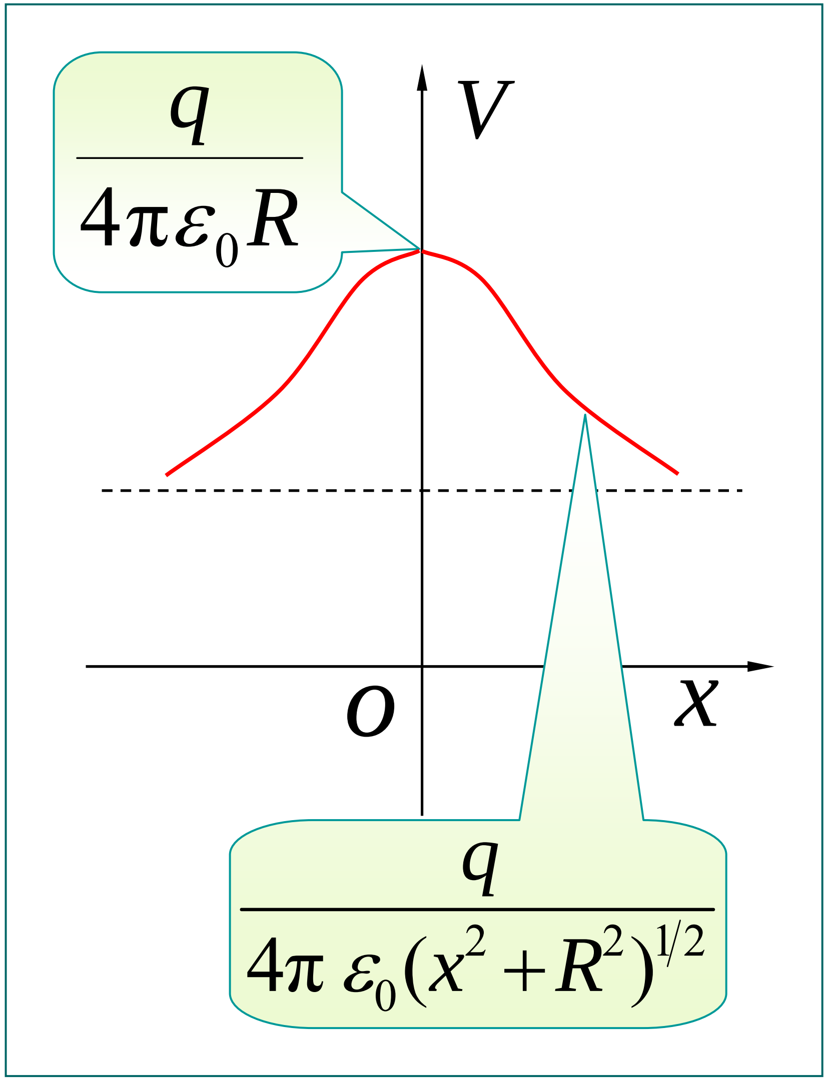
$$\mathrm{d}V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r}\boxed{\frac{q\mathrm{d}l}{2\pi R}}$$

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r}\int\frac{q\mathrm{d}l}{2\pi R} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$$

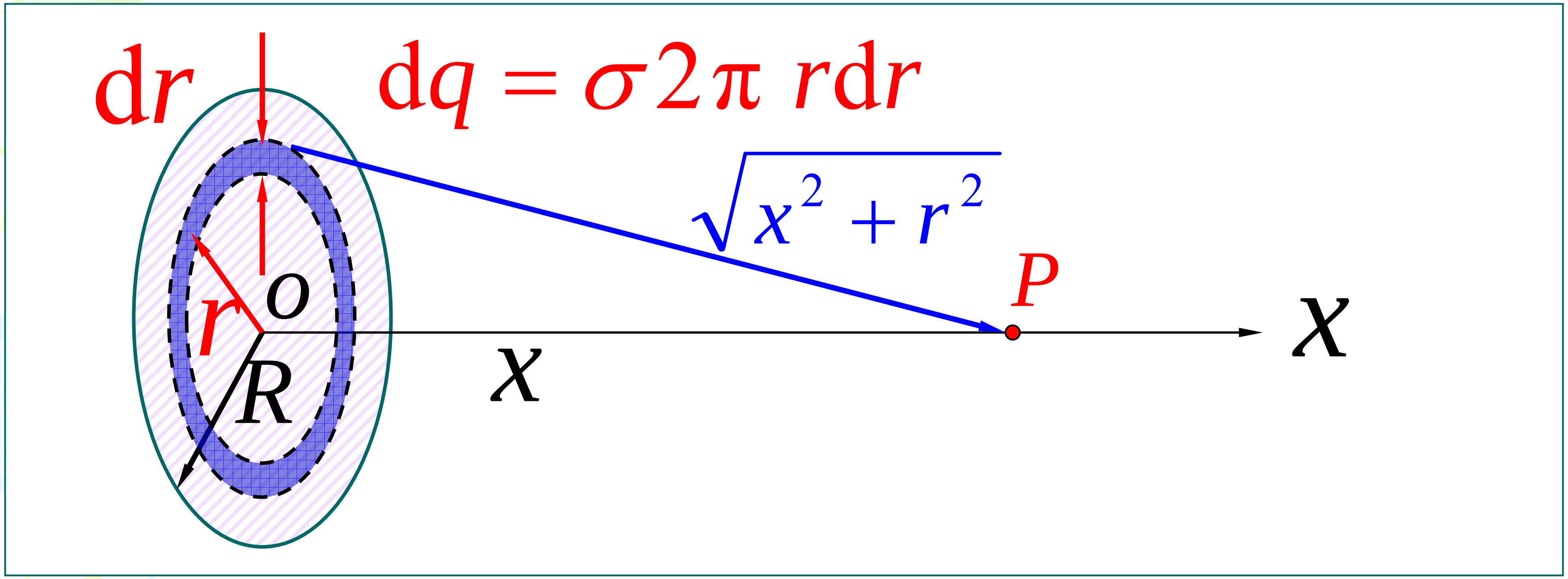
$$V_P = \frac{q}{4\pi\,\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$$

讨论

$$\begin{cases} x=0, \quad V_0 = \dfrac{q}{4\pi\,\varepsilon_0 R} \\ x>>R, \quad V_P = \dfrac{q}{4\pi\,\varepsilon_0 x} \end{cases}$$



◆ 均匀带电薄圆盘轴线上的电势



$$V_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R\frac{\sigma 2\pi\, r dr}{\sqrt{x^2+r^2}}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(\sqrt{x^2+R^2}-x)$$

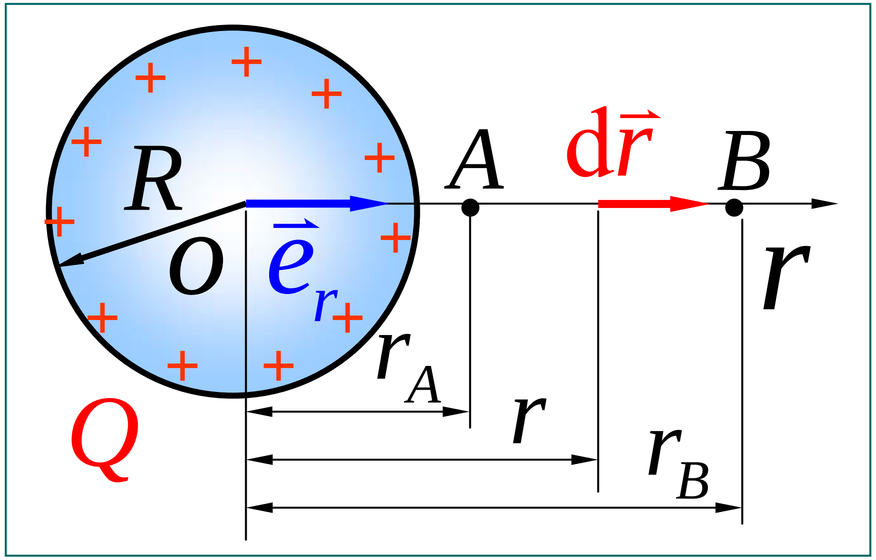
$x>>R \quad \sqrt{x^2+R^2}\approx x+\dfrac{R^2}{2x}$ $\quad V\approx Q/4\pi\varepsilon_0 x$

（点电荷电势）

例2　均匀带电球壳的电势.

真空中，有一带电为 Q ，半径为 R 的带电球壳.

试求（1）球壳外两点间的电势差；（2）球壳内两点间的电势差；（3）球壳外任意点的电势；（4）球壳内任意点的电势.



解
$$\begin{cases} r<R, & \vec{E}_1=0 \\ r>R, & \vec{E}_2=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r \end{cases}$$

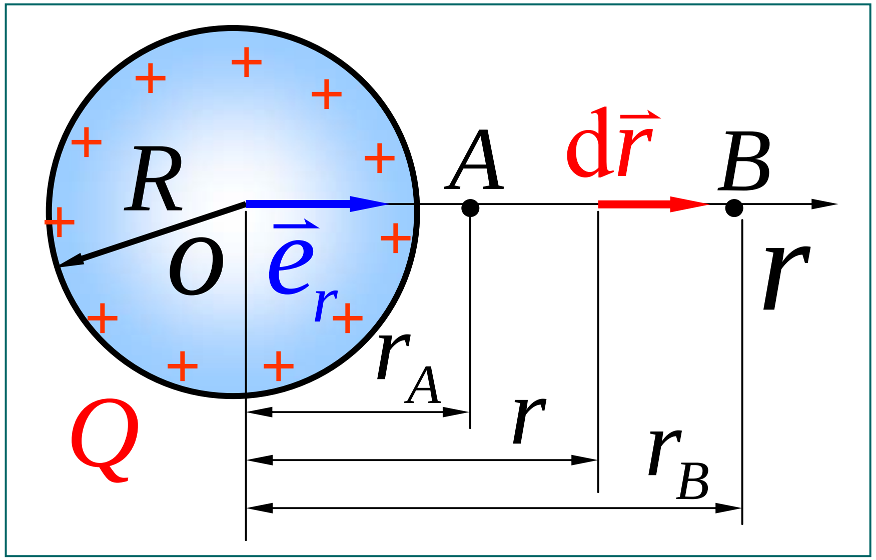
（1）$V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} \vec{E}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{r}$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_A}^{r_B}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}\vec{e}_r\cdot\vec{e}_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right)$$

（2） $r < R$

$$V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} \vec{E}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{r} = 0$$

（3） $r > R$



令 $r_B \to \infty, \quad V_\infty = 0$

◆ 由 $V_A - V_B = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_A} - \dfrac{1}{r_B}\right)$ 可得 $V_{外}(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

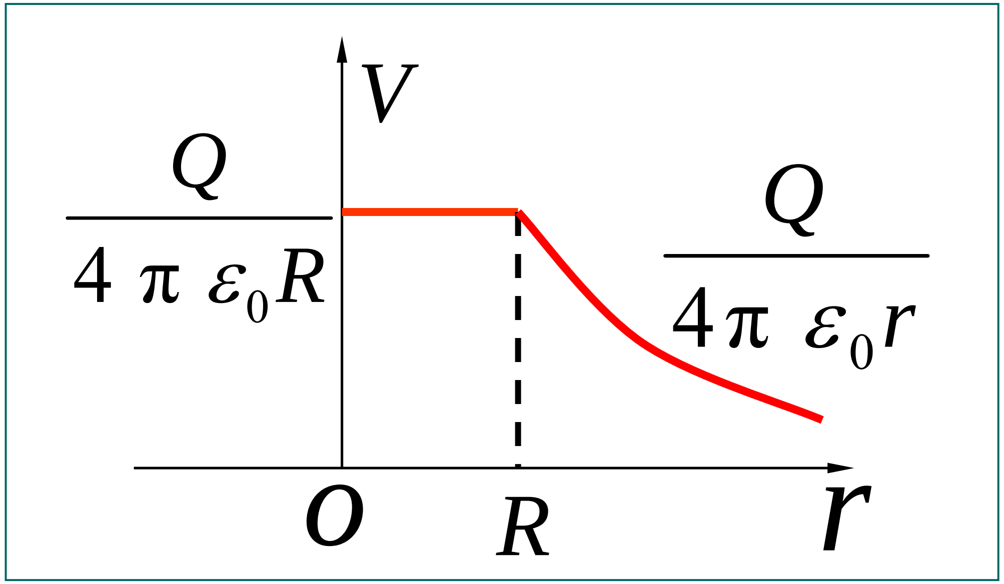
◆ 或 $V_{外}(r) = \int_r^\infty \vec{E}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_r^\infty \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

（4） $r<R$

◆ 由 $V_{外}(r)=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ 可得 $V(R)=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}=V_{内}$

◆ 或 $V_{内}(r)=\int_r^R \vec{E}_1\cdot d\vec{r}+\int_R^\infty \vec{E}_2\cdot d\vec{r} \quad =\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

$$\begin{cases} V_{外}(r)=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \\ V_{内}(r)=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \end{cases}$$



例3 “无限长”带电直导线的电势

解

$$V_A = \int_{AB} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} + V_B$$

令 $V_B = 0$

$$V_P = \int_r^{r_B} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_r^{r_B} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \vec{e}_r \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_B}{r}$$

能否选 $V_\infty = 0$ ？