一 孤立导体的电容

$$\boxed{C=\frac{Q}{V}}$$

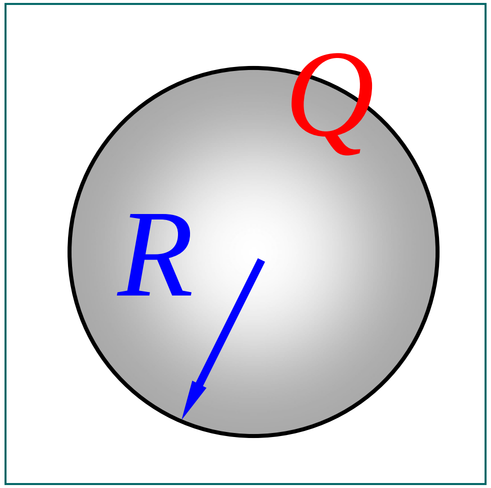
单位 $1\,\mathrm{F}=1\,\mathrm{C/V}$

$$1\,\mu\mathrm{F}=10^{-6}\,\mathrm{F}$$

$$1\,\mathrm{pF}=10^{-12}\,\mathrm{F}$$

例如 孤立的导体球的电容

$$C=\frac{Q}{V}=\frac{Q}{\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}}=4\pi\varepsilon_0 R$$

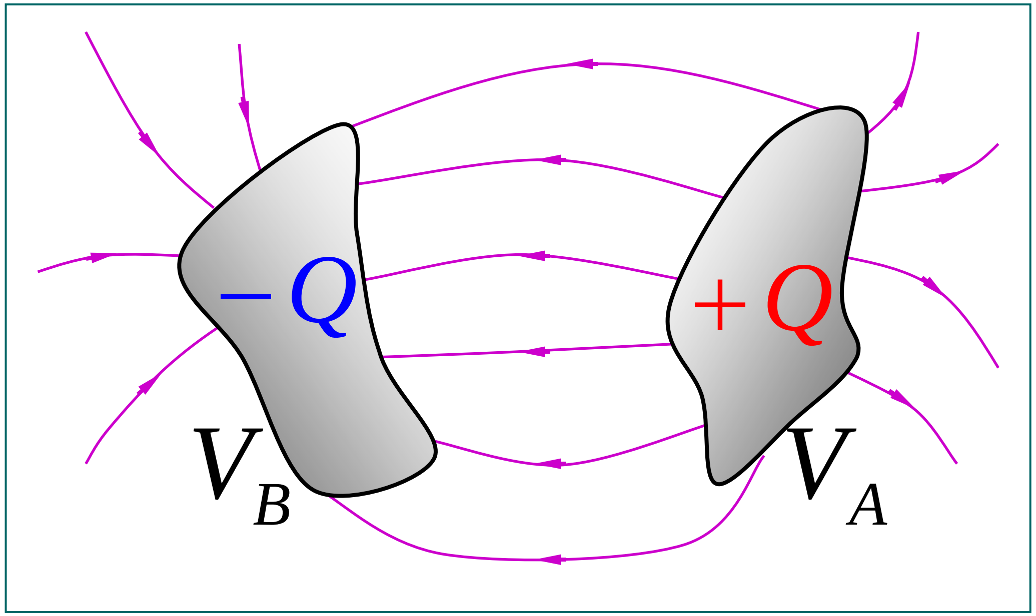


- 地球 $R_{\mathrm{E}}=6.4\times10^{6}\,\mathrm{m},\quad C_{\mathrm{E}}\approx7\times10^{-4}\,\mathrm{F}$

二　电容器

电容器电容

$$C=\frac{Q}{V_A-V_B}=\frac{Q}{U}$$



$$U_{AB}=\int_{AB}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

电容的大小仅与导体的形状、相对位置、其间的电介质有关．与所带电荷量无关．

三　电容器电容的计算

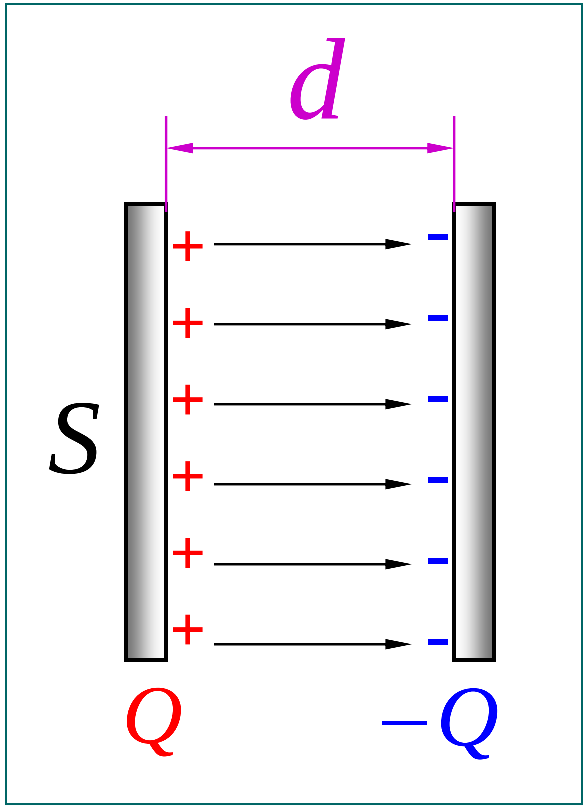
步骤

1）设两极板分别带电 $\pm Q$；　2）求 $\vec{E}$；

3）求 U；4）求 C．

1 平板电容器

（1）设两导体板分别带电 $\pm Q$



（2）两带电平板间的电场强度

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}=\frac{Q}{\varepsilon_0 S}$$

（3）两带电平板间的电势差

$$U=Ed=\frac{Qd}{\varepsilon_0 S}$$

（4）平板电容器电容

$$\boxed{C=\frac{Q}{U}=\varepsilon_0\frac{S}{d}}$$

例1　平行平板电容器的极板是边长为 l 的正方形，两板之间的距离 $d = 1\text{mm}$. 如两极板的电势差为100V，要使极板上储存 $\pm 10^{-4}\,\text{C}$ 的电荷, 边长 l 应取多大才行.

解

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{10^{-4}}{100}\,\text{F} = 10^{-6}\,\text{F}$$

$$S = l^2$$

$$l = \sqrt{\frac{Cd}{\varepsilon_0}} = 10.6\,\text{m}$$

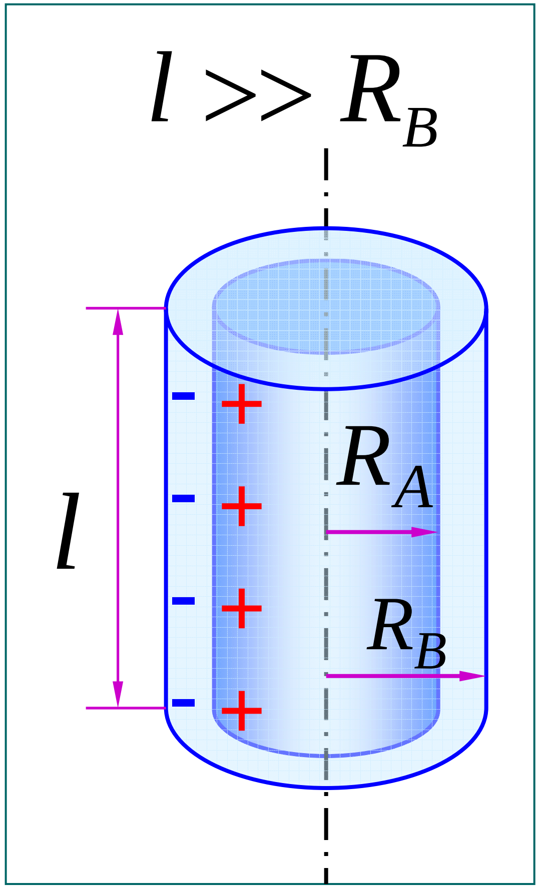
2 圆柱形电容器

（1）设两导体圆柱面单位长度上分别带电 $\pm\lambda$

（2）$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$，$(R_A<r<R_B)$

（3）$U=\displaystyle\int_{R_A}^{R_B}\frac{\lambda\mathrm{d}r}{2\pi\varepsilon_0 r}=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\ln\frac{R_B}{R_A}$

（4）电容 $\boxed{C=\dfrac{Q}{U}=2\pi\varepsilon_0 l\Big/\ln\dfrac{R_B}{R_A}}$



$d=R_B-R_A<<R_A$，$C\approx\dfrac{2\pi\varepsilon_0 lR_A}{d}=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$

平行板电容器电容

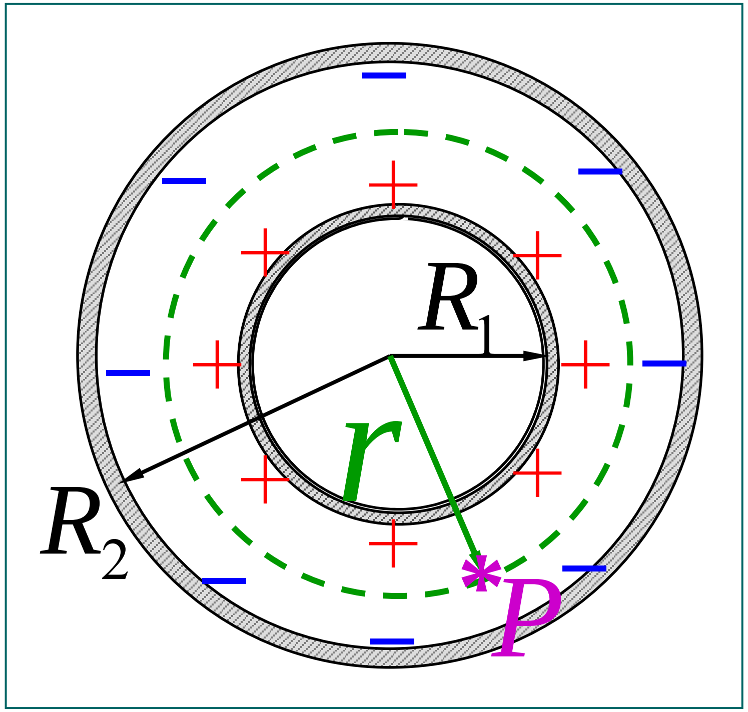
例 2 球形电容器的电容

球形电容器是由半径分别为 R_1和 R_2的两同心金属球壳所组成.

解 设内球带正电（$+Q$），外球带负电（$-Q$）.

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

$$(R_1 < r < R_2)$$



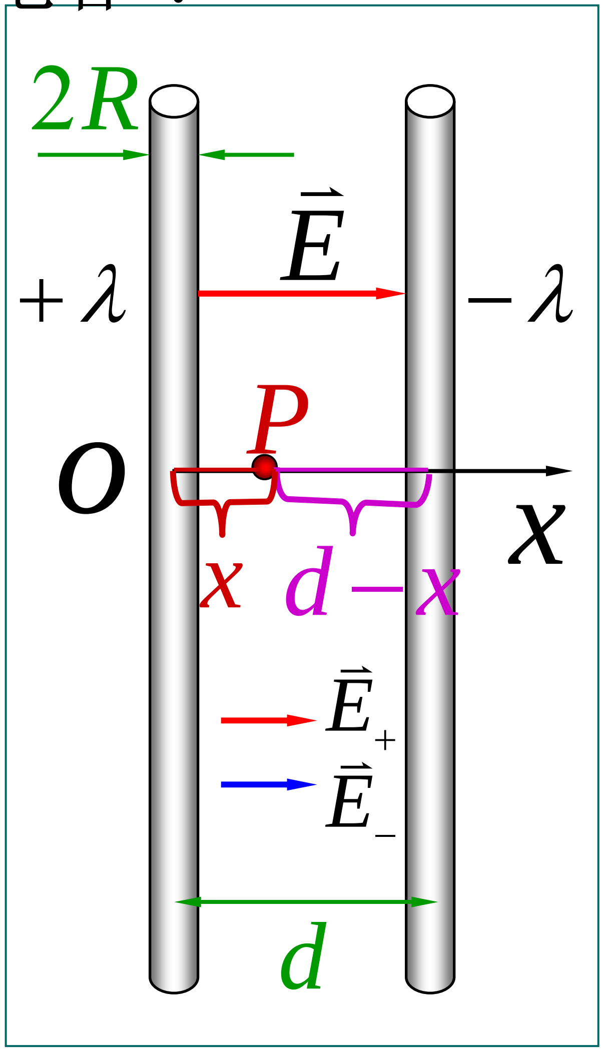
$$U = \int_l \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$R_2 \to \infty, \quad C = 4\pi\varepsilon_0 R_1$$

孤立导体球电容

例3 两半径为 R 的平行长直导线中心间距 d 为 $d >> R$，求单位长度的电容．



解 设两金属线的电荷线密度为 $\pm\lambda$

$$E = E_+ + E_- = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(d-x)}$$

$$U = \int_R^{d-R} E\mathrm{d}x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_R^{d-R}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{d-x}\right)\mathrm{d}x$$

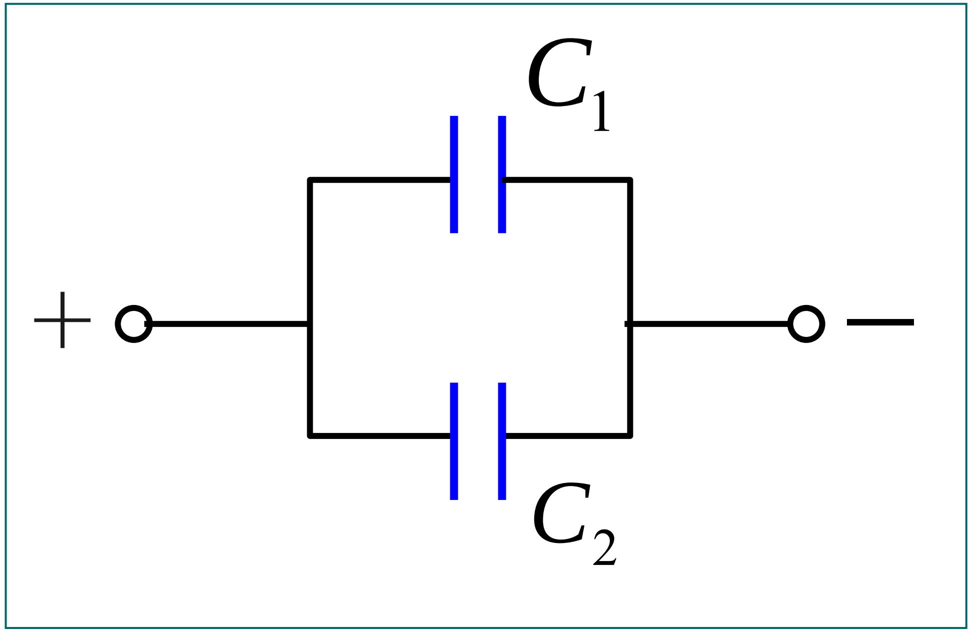
$$= \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d-R}{R} \approx \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d}{R}$$

单位长度的电容 $C = \dfrac{\lambda}{U} = \pi\varepsilon_0 \Big/ \ln\dfrac{d}{R}$

三 电容器的串联和并联

1 电容器的并联

$$C = C_1 + C_2$$



2 电容器的串联

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$