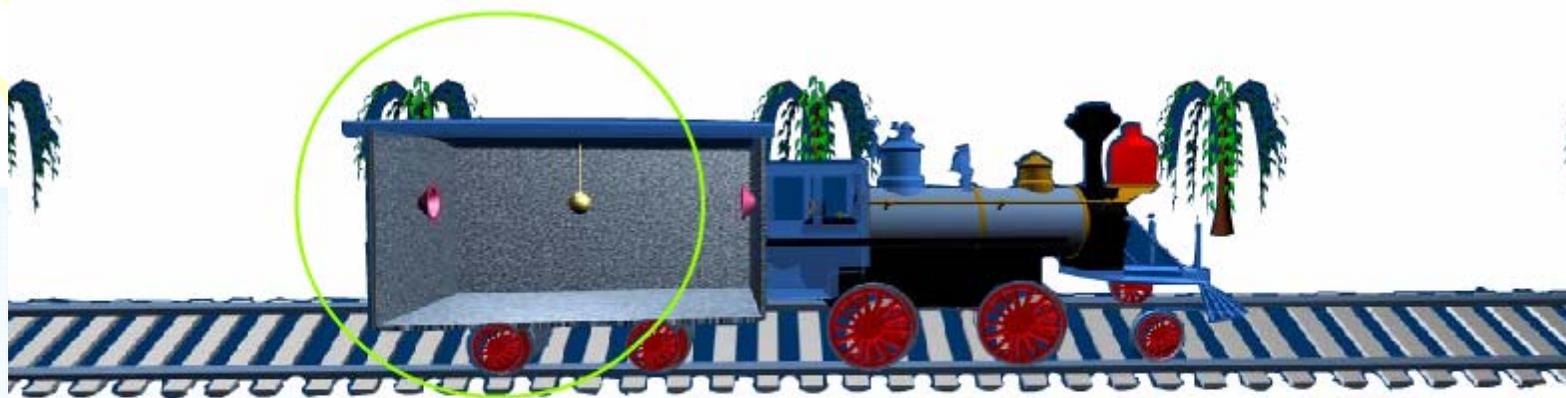


一 同时的相对性



车厢

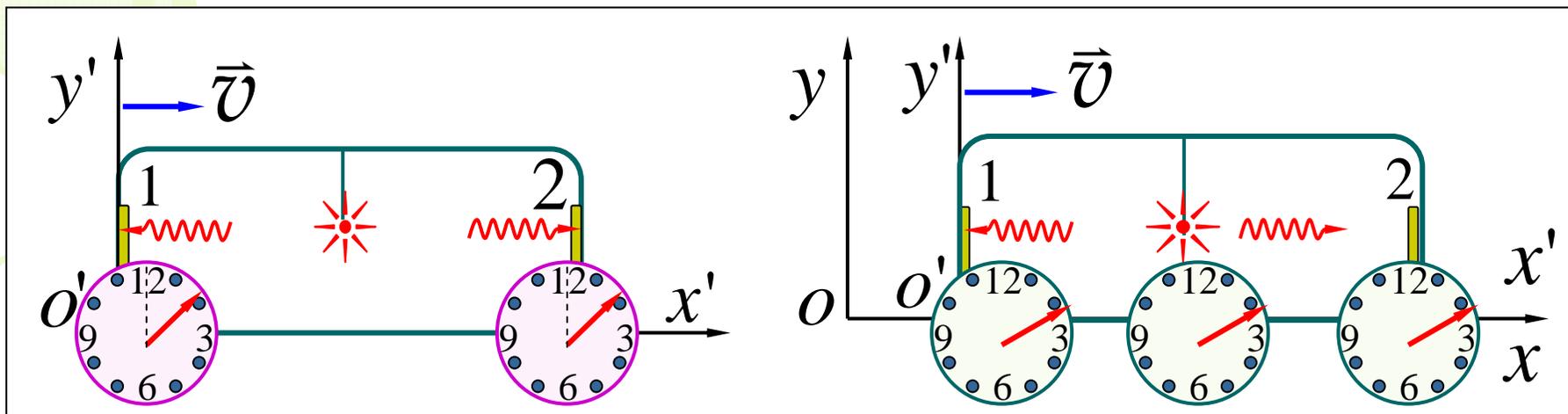
地面

开始

事件 1：车厢后壁接收器接收到光信号。

事件 2：车厢前壁接收器接收到光信号。





	S 系 (地面参考系)	S' 系 (车厢参考系)
事件 1	(x_1, y_1, z_1, t_1)	(x'_1, y'_1, z'_1, t'_1)
事件 2	(x_2, y_2, z_2, t_2)	(x'_2, y'_2, z'_2, t'_2)

同时
不同地

$$\begin{cases} \Delta t' = t'_2 - t'_1 = 0 \\ \Delta x' = x'_2 - x'_1 \neq 0 \end{cases} \quad \Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\frac{v}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \neq 0$$

在 S' 系 **同时同地**
发生的两事件

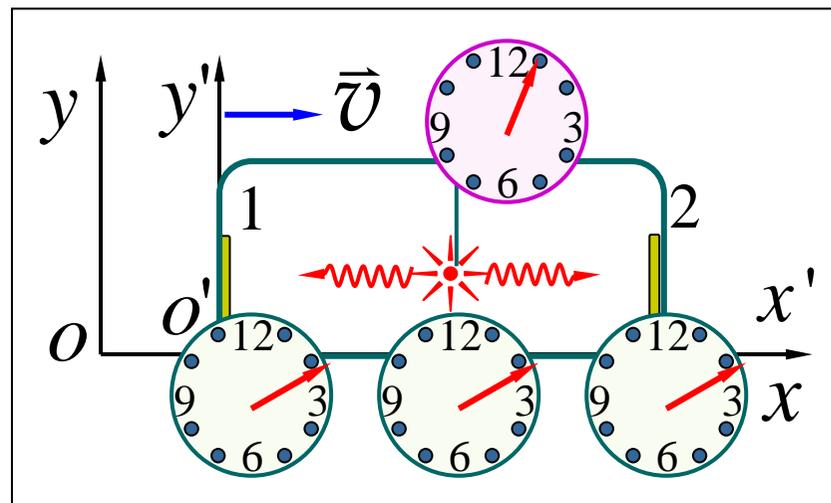
$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = 0 \quad \Delta x' = x'_2 - x'_1 = 0$$

在 S 系

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 0$$

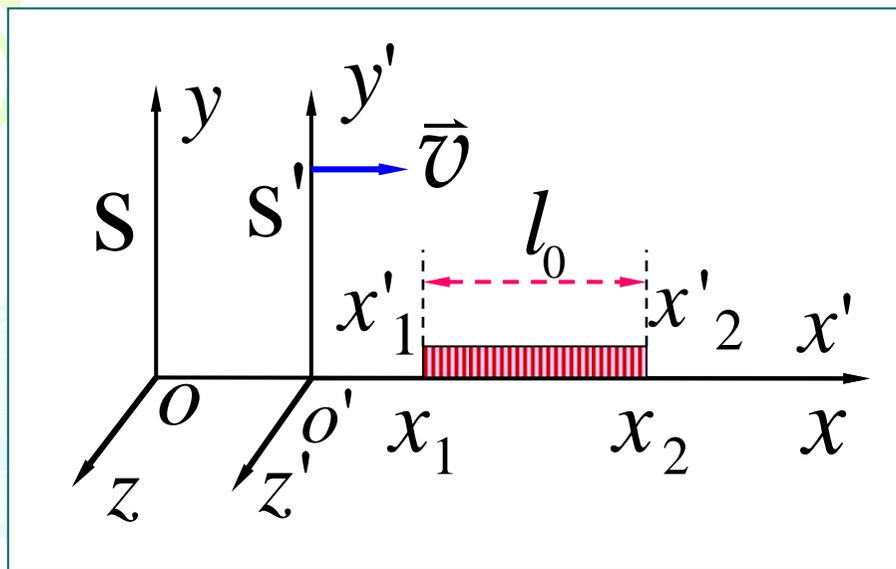
注意

此结果反之亦然。



结论：沿两个惯性系运动方向，**不同地点**发生的两个事件，在其中一个惯性系中是**同时**的，在另一惯性系中观察则**不同时**，所以同时具有**相对**意义；只有在**同一地点**，**同一时刻**发生的两个事件，在其他惯性系中观察也是**同时**的。

二 长度的收缩



标尺相对 S' 系静止

在 S' 系中测量

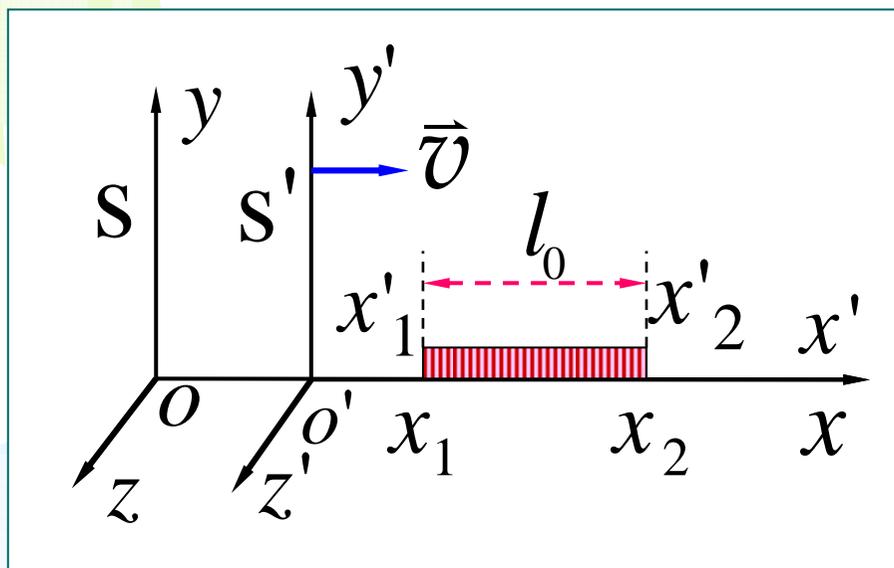
$$l_0 = x'_2 - x'_1 = l'$$

在 S 系中测量

$$l = x_2 - x_1$$

测量为两个事件 $(x_1, t_1), (x_2, t_2)$ 要求 $t_1 = t_2$

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad x'_2 = \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$



$$l_0 = x'_2 - x'_1 = l'$$

$$l = x_2 - x_1$$

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$l = l' \sqrt{1 - \beta^2} < l_0 \quad \text{固有长度}$$

固有长度：物体相对静止时所测得的长度。（**最长**）

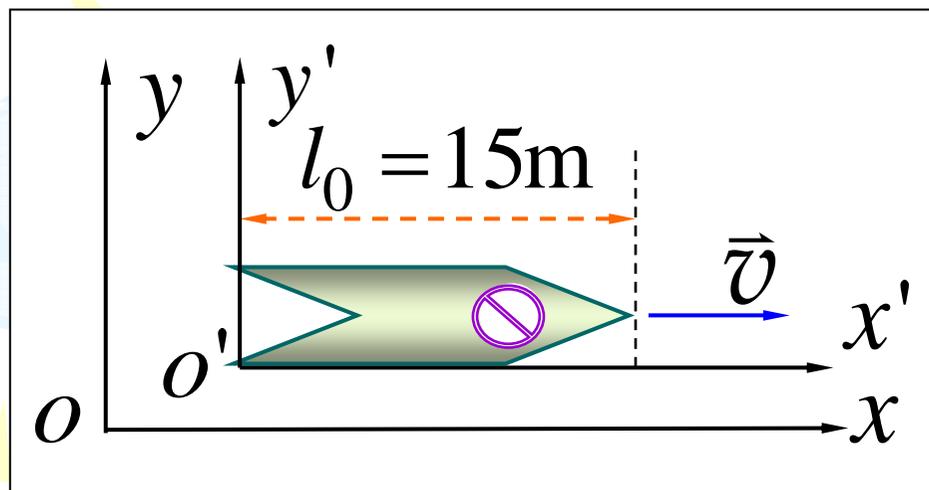
注意

◆ 长度收缩是一种**相对**效应，此结果反之亦然。

◆ 当 $\beta \ll 1$ 时 $l \approx l_0$ 。

◆ **洛伦兹收缩**：**运动**物体在运动方向上长度**收缩**。

例1 设想有一光子火箭，相对于地球以速率 $v = 0.95c$ 飞行，若以火箭为参考系测得火箭长度为 15 m，问以地球为参考系，此火箭有多长？



S' → 火箭参照系
 S → 地面参照系

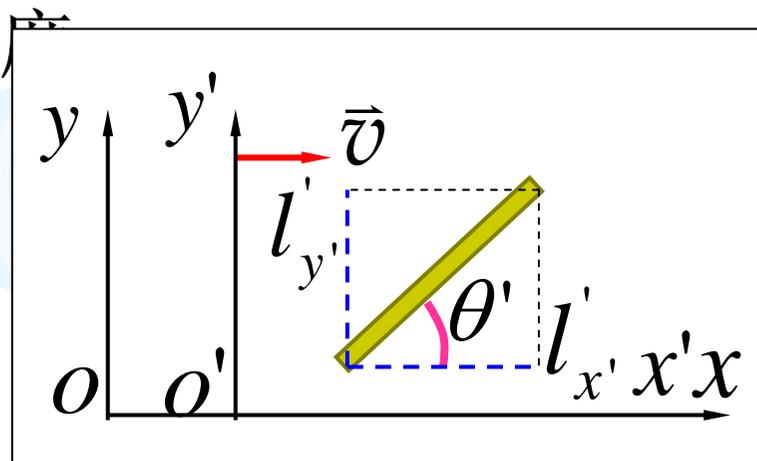
解： 固有长度

$$l_0 = 15\text{ m} = l'$$

$$l = l' \sqrt{1 - \beta^2}$$

$$l = 15 \sqrt{1 - 0.95^2} \text{ m} = 4.68 \text{ m}$$

例2 一长为 1 m 的棒静止地放在 $O'x'y'$ 平面内, S' 系的观察者测得此棒与 x' 轴成 45° 角, 试问从 S 系的观察者来看, 此棒的长度以及棒与 Ox 轴的夹角是多少? 设想 S' 系相对 S 系的运动速 $v = \sqrt{3}c/2$



解: 在 S' 系 $\theta' = 45^\circ, l' = 1\text{m}$

$$l'_{x'} = l'_{y'} = \sqrt{2}/2\text{m}$$

在 S 系 $l_y = l'_{y'} = \sqrt{2}/2\text{m}$

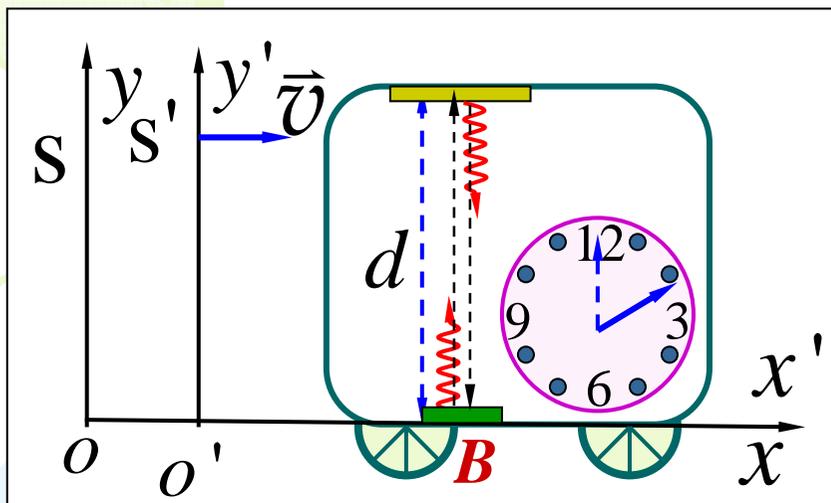
$$l_x = l'_{x'} \sqrt{1 - v^2/c^2} = \sqrt{2}/2 \sqrt{1 - 3/4} \quad v = \sqrt{3}c/2$$

$$l = \sqrt{l_x^2 + l_y^2} = 0.79\text{m} \quad \theta = \arctan \frac{l_y}{l_x} \approx 63.43^\circ$$

三 时间的延缓



运动的钟走得慢



S' 系同一地点 B 发生两事件

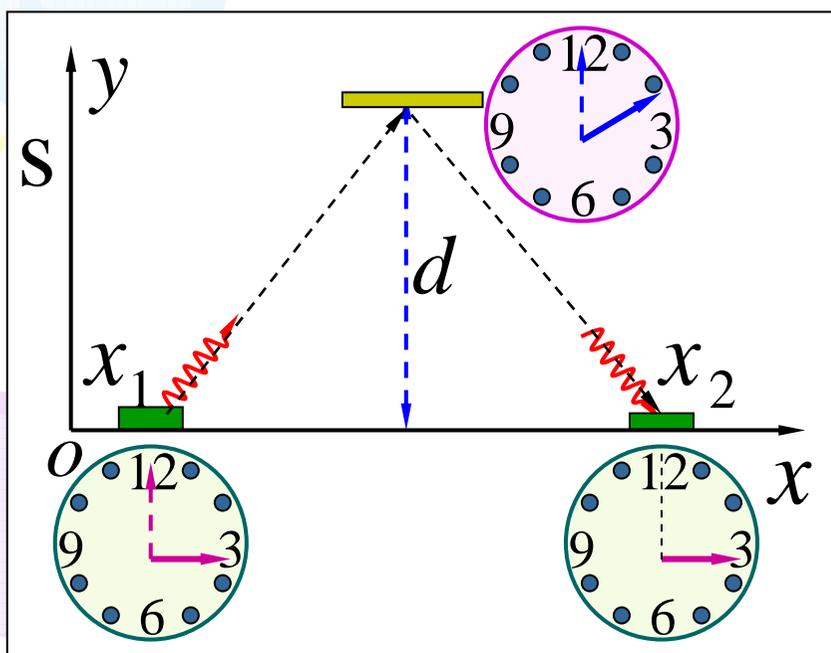
发射一光信号 (x', t'_1)

接受一光信号 (x', t'_2)

时间间隔 $\Delta t' = t'_2 - t'_1 = 2d/c$

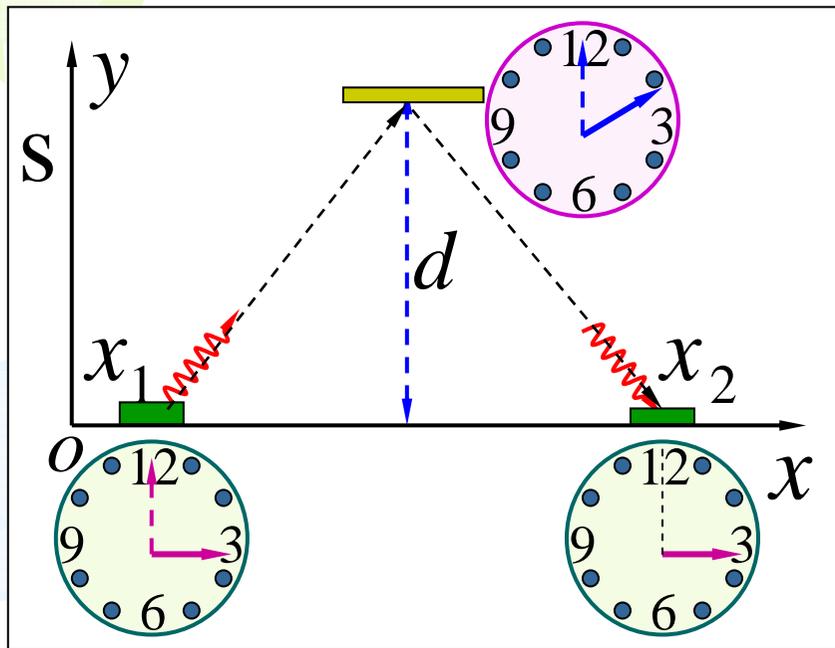
在 S 系中观测两事件

$(x_1, t_1), (x_2, t_2)$



$$t_1 = \gamma \left(t'_1 + \frac{vx'_1}{c^2} \right)$$

$$t_2 = \gamma \left(t'_2 + \frac{vx'_2}{c^2} \right)$$



$$\Delta t = \gamma \left(\Delta t' + \frac{v \Delta x'}{c^2} \right)$$

$$\because \Delta x' = 0$$

$$\therefore \Delta t = t_2 - t_1 = \gamma \Delta t'$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

固有时间：同一地点发生的两事件的时间间隔。

$$\Delta t > \Delta t' = \Delta t_0$$

固有时间

时间延缓：运动的钟走得慢。



注意

- 1) 时间延缓是一种相对效应。
- 2) 时间的流逝不是绝对的，运动将改变时间的进程。（例如新陈代谢、放射性的衰变、寿命等。）
- 3) $v \ll c$ 时， $\Delta t \approx \Delta t'$ 。

狭义相对论的时空观

- 1) 两个事件在不同的惯性系看来，它们的空间关系是相对的，时间关系也是相对的，只有将空间和时间联系在一起才有意义。
- 2) 时—空不互相独立，而是不可分割的整体。
- 3) 光速 c 是建立不同惯性系间时空变换的纽带。

例3 设想有一光子火箭以 $v = 0.95c$ 速率相对地球作直线运动，若火箭上宇航员的计时器记录他观测星云用去 10 min，则地球上的观察者测得此事用去多少时间？

解： 设火箭为 S' 系、地球为 S 系

$$\Delta t' = 10 \text{ min}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{10}{\sqrt{1 - 0.95^2}} \text{ min} = 32.01 \text{ min}$$

运动的钟似乎走慢了。