

## § 9 类星体的空间分布和光度函数

### § 9.1 统计方法

#### § 9.1.1 两点相关函数

##### 1. 两点相关函数

讨论体积  $V$  内  $N$  个天体的系统。不考虑天体的形态和结构，每个天体看成是空间中的一个点。这些点的空间分布特征可用所谓  $n$  点相关函数来描述。最简单的是两点相关函数。

从系统中随机地选定一个天体。在距该天体  $r$  处的体积  $\delta V$  内找到一个天体的概率是

$$\delta P = n \delta V [1 + \xi(r)], \quad (9.1)$$

这里， $n$  是天体的平均数密度，与天体的坐标无关。显然，如果天体的分布是均匀的或随机的，则

$$\delta P = n \delta V, \quad (9.2)$$

因此， $\xi(r) = 0$ 。

$\xi(r) > 0$  时就反映了天体空间分布的密集程度超过随机分布。由于讨论的只是两个天体(天体“对”)，因此， $\xi(r)$ 称为两点相关函数。

体元  $\delta V$  可取为  $r \rightarrow r + \delta r$  间的壳层，因此，(9.1)和(9.2)代表了找到间距在  $r \rightarrow r + \delta r$  间的天体对的概率。这样，单位体积内间距在  $r \rightarrow r + \delta r$  间的天体对的数目可写为

$$N(r) = N_r(r)[1 + \xi(r)], \quad (9.3)$$

其中， $N_r(r)$ 为随机分布时天体对的数目。因此，两点相关函数  $\xi(r)$ 可表为

$$\xi(r) = \frac{N(r)}{N_r(r)} - 1. \quad (9.4)$$

对于一个实际的样本，选定了间格  $\delta r$  后，天体对的数目  $N(r)$ 可直接求出。至于随机样本天体对的数目  $N_r(r)$ ，则可从计算机产生的随机样本求出。由于计算机产生的是伪随机数，通常都用多个(例如，100 个或更多)随机样本的平均作为真实的随机样本。这样，不仅可以求出  $\xi(r)$ ，还可求出其方差  $\sigma$ ：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \quad (9.5)$$

式中  $n$  为随机样本的数目， $x_i$  为第  $i$  个随机样本落在某个间格里的天体对的数目，

$\bar{x}$  则为天体对的平均数目。

从  $\xi(r)$  和  $\sigma$ ，再利用适当的统计检验，就可以判断该样本中天体的分布偏离随机分布的程度了。

天文中常碰到二维甚至一维分布的样本。这时，只须将(9.4)式中的变量做适当改变。例如，讨论天球上天体的分布时采用角距作为变量。

两点相关函数只用了天体对的信息。如果要利用更多天体的信息，则可类似地定义三点相关函数、四点相关函数等等。有兴趣的读者可参阅 Peebles(1980)<sup>[1]</sup>的书。

两点相关函数也可用来研究两类天体，例如类星体和星系之间的关系。此时，天体对中的两个天体分别取为两类天体中的一个。这样得到的相关函数常称为交叉相关函数。

两点相关函数在研究天体的空间分布和天体间的相关方面是非常有效的，计算也很简单，因此，被广泛采用。当然，它也有弱点。例如，它特别敏感于边缘效应，因此，必须对结果做某种改正。

## 2. 两点相关函数的推广

在确定两点相关函数时，最重要的是确定间隔 (bin) 的大小。一般来说，样本的数目不多，数密度也不大，如果间隔取得太小，包含的天体对的数目就太少，将造成很大的起伏。如果间隔取得太大，虽然每个间隔包含了足够的天体对，但间隔数又可能太少，导致统计效果降低。

为了克服这个缺点，Mo et al.(1992)<sup>[2]</sup>、Mo & Fang(1993)<sup>[3]</sup>在统计中用积分形式的两点相关函数  $\bar{\xi}(r)$  代替通常微分形式的两点相关函数  $\xi(r)$ ：

$$\bar{\xi}(r) = \frac{3}{r^3} \int_0^r x^2 \xi(x) dx. \quad (9.6)$$

$\bar{\xi}(r)$  的值可由下式估计：

$$\bar{\xi}(r) = \frac{\Pi_{obs}(r)}{\Pi_{md}(r)} - 1, \quad (9.7)$$

这里， $\Pi_{obs}(r)$  是实际样本中间距小于  $r$  的天体对的数目，而  $\Pi_{md}(r)$  是随机样本中间距小于  $r$  的天体对的数目。

Deng et al.(1993)<sup>[4]</sup>则建议用上述积分形式的两点相关函数  $\bar{\xi}(r)$  的二阶导数，即  $d^2 \log \Xi(r)/dr^2$  代替  $\xi(r)$ ，式中  $\Xi(r) = 1 + \bar{\xi}(r) = \Pi_{obs}(r)/\Pi_{md}(r)$ 。

### 3. 宇宙学效应

当样本的红移很大时，两点相关函数的统计必须考虑所谓光锥效应。这是因为，观测者是位于  $z = 0$  的光锥超曲面上，而成团性仅在时间为常数的超曲面上才能定义。无论是空间两点相关函数还是天球面上的二维两点相关函数都会受到影响。两点相关函数将与天体的数密度的演化有关。Matarrese et al.(1997)<sup>[5,6]</sup>, Nacamura et al.(1998)<sup>[7]</sup>给出了两点相关函数的严格表达式，而 Yamamoto & Suto<sup>[8]</sup>则给出易于计算的近似表达式。

#### § 5.1.2 最近邻分析 (NNA, Nearest Neighbours Analysis)

最近邻分析最早是 Wagoner(1967)<sup>[9]</sup>, Bogart & Wagoner(1973)<sup>[10]</sup> 引进的。它的基本原理是：对包含  $N$  个天体的实际样本的每一个天体可以找到一个空间上离它最近的天体，得到  $N$  个最近邻天体的间距。将此间距的分布(即间距在  $r \rightarrow r + \delta r$  间的数目按  $r$  的分布)与随机样本的分布进行比较，就可判断实际样本的空间分布偏离随机样本的程度。

同两点相关函数的分析一样，在讨论分布时首先需确定间隔的大小，由 100 次以上的计算机模拟结果确定随机样本和方差  $\sigma$ 。

最近邻分析的更简单的方式是计算样本中最近邻天体间距的平均值，并与由随机样本确定的平均值和方差进行比较，确定实际样本空间分布偏离随机样本的程度。

同两点相关函数一样，最近邻分析也对边缘效应很敏感，需要对结果进行改正。总的来说，最近邻分析不如两点相关函数的分析有效。但是，由于它对探测小尺度成团很有效，同时还能提供附加的信息，如团内天体的数目，因此，最近邻分析是两点相关函数分析的很好的补充。

#### § 5.1.3 功率谱分析 (PSA, Power Spectrum Analysis)

Webster(1976)<sup>[11]</sup> 在研究射电源的成团性时首次引入功率谱分析，Peacock(1983)<sup>[12]</sup>, Clowes(1986)<sup>[13]</sup> 对这个方法进行了补充和推广。以后这个方法被广泛地应用到天体的成团性研究。

PSA 简述。

假定  $m$  个天体分布在某个空间，每个天体看成空间中的一点。天体的分布可用一  $\delta$  函数表示：

$$f(\mathbf{r}) = C \sum_{j=1}^m \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) , \quad (9.8)$$

这里， $\mathbf{r}_j$  是第  $j$  个天体的坐标， $C$  是常数。将空间的每一边归一化到区间  $(-\pi, \pi)$ ，于是， $f(\mathbf{r})$  可展开为 Fourier 级数：

$$f(\mathbf{r}) = \sum_k a_k \exp(i \mathbf{k} \mathbf{r}) . \quad (9.9)$$

适当地选择常数  $C$  后,  $a_k$  可表为

$$a_k = \sum_{j=1}^m \exp(-i k r_j) \quad (9.10)$$

PSA 的基本统计量为

$$I_k = \frac{2}{m} |a_k|^2 \quad (9.11)$$

Webster<sup>[11]</sup>指出, 在零假定(即天体是独立的且随机分布)下,  $I_k$  将渐近地趋向二自由度的  $\chi^2$  分布。

设天体在尺度  $\lambda_c$  上成团。记  $k_c = 2\pi/\lambda_c$ , 并令  $\Sigma_I \equiv \sum_{k=1}^N I_k$ , 求和是对所有  $k < k_c$  (即  $\lambda > \lambda_c$ ) 进行,  $N$  为总项数。再令  $\Sigma_\nu = 2N$ .  $\Sigma_I$  的分布近似为  $\Sigma_\nu$  自由度的  $\chi^2$  分布。最终 PSA 的统计量为

$$Q = \Sigma_I / \Sigma_\nu.$$

在零假设下  $\Sigma_I$  为  $\chi^2$  分布, 因此,  $Q$  的期望值为 1, 标准偏差为  $(2/\Sigma_\nu)^{1/2}$ ; 在成团时,  $Q$  的期望值就是团内天体的平均数。

实际上, 成团尺度  $\lambda_c$  预先并不知道。因此, 首先做  $Q' = \Sigma_I' / \Sigma_\nu' \sim 1/\lambda$  的直方图。将  $1/\lambda$  分成若干等分, 对每个间隔按上面同样的求和法则求出  $\Sigma_I'$ 、 $\Sigma_\nu'$ 、 $Q'$  和标准偏差, 从直方图就可得到  $\lambda_c$  了。

PSA 相当灵活而有效。特别是, 对弱成团很敏感, 而且, 能求出成团天体的数目。这些都是 PSA 的优点。但是, Gosset 等人(1988)<sup>[14]</sup>指出, PSA 有时也会导致错误的结论。

#### § 5.1.4 BA (Binning Analysis)和 Kolmogorov-Smirnov 检验

BA 是一种最古老、最简单、最直观的方法, 也称为方差/均值(variance/mean)分析或成团单元(cluster cell)方法。这种方法很早就应用到天文上, 例如分析星团或星系团等(de Vaucouleurs(1971)<sup>[15]</sup>)。Osmer(1981)<sup>[16]</sup>在讨论 CTIO 巡天类星体的成团性时首次用了 BA。Gosset 和 Louis(1986)<sup>[17]</sup>详细地研究了一维、二维和三维 BA。这里只简单地介绍 BA 的原理。

将样本所在区域分成若干个相同尺度的单元(bin), 计算每个 bin 里的天体数。如果天体分布在每个 bin 里的概率相同, 计数的分布应遵循 Poisson 分布, 且计数的方差等于每个 bin 的平均数。据此可以判断样本的分布偏离随机分布的程度。BA 用的统计量是方差与平均数之比, 它遵循  $\chi^2$  分布, 很容易估计。

BA 是一个检验成团性的有用方法, 但并不很有效。它的主要缺点是 bin 的大小不易确定, 必须试很多次。只有在 bin 的大小与成团尺度相当时, 检验才很有效。另外, 如果样本有大尺度成团的倾向, 它将影响对小尺度成团的检验。因此, 这种方法现在用得不多。

Kolmogorov-Smirnov 检验也是一种有效的方法，被广泛地应用到天文学的各种统计研究，包括成团性研究。KS 检验的原理可在一般的数理统计教科书中找到。Peacock(1983)<sup>[18]</sup>, Gosset(1987)<sup>[19]</sup> 把通常的只适合一维情形的 KS 检验推广到二维和三维。

### § 5.1.5 团分析 (Cluster Analysis) 和多重性函数(Multiplicity Function)

上面几种方法虽能有效地检验成团性，但难以探测样本空间分布的几何形状。团分析则提供了这样一种方法。其基本原理如下。

假定边长为  $L$  的正方体的体积为  $V$ ，包含有  $N$  个点(天体)。在每个样本点外画一个半径为  $R$  的球面。如果在该球面内没有其它点，这个点就是一个孤立的系统。如果在该球面内还有其它点，这些点就称为该点的“朋友”，“朋友”和该点被认为属于同一系统。在每个“朋友”点外再画半径为  $R$  的球面，这些新球面又可能包含新的点。遵循“朋友的朋友也是朋友”的原则，这些新“朋友”也被认为属于同一系统。继续这个过程直到不出现新朋友为止。最后，整个样本将由许多系统组成。有的系统是孤立的，只有一个点；有的系统包含许多点，每个点至少有一个距离小于  $R$  的邻居( $R$  可称为邻居半径)。图 9.1 是一个示意图。图 9.1 表明，系统可能近似为球状，也可能为其它复杂形状。

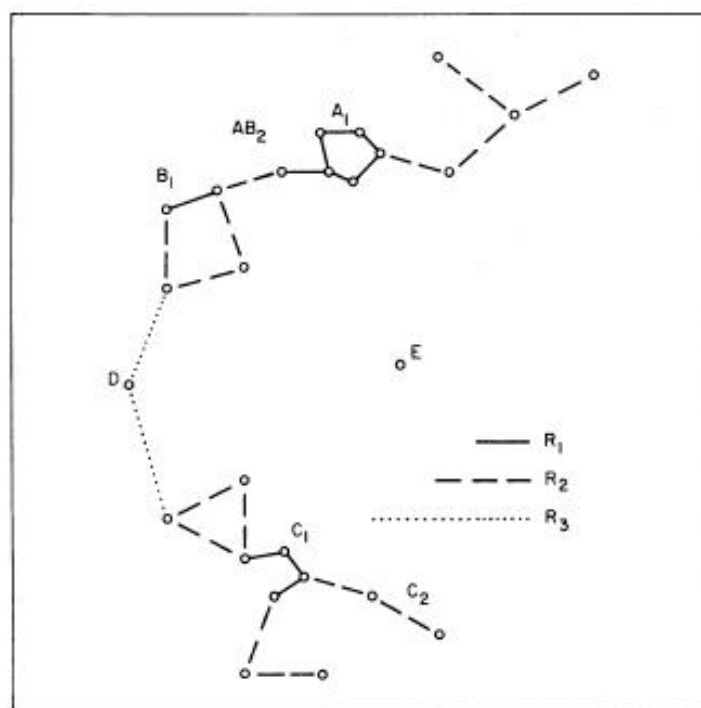


图 9.1 团分析，取自 Einasto et al.(1984)<sup>[20]</sup>。邻居半径为  $R_1$  时， $A_1, B_1, C_1$  为天体系统，它们的多重度分别为 6,2,4，其余的天体是孤立的；邻居半径为  $R_2$  时， $A_1, B_1$  合并为一个系统  $AB_2$ ， $C_1$  和其它几个天体合在一起成为系统  $C_2$ ；邻居半径为  $R_3$  时， $AB_2$  和  $C_2$  通过  $D$  而合并。天体  $E$  一直是孤立的。

半径为  $R$  的球包含的天体数平均为

$$B(R) = (4\pi R^3/3) \bar{\rho}.$$

其中,  $\bar{\rho} = N/V$  为天体的平均数密度。令  $R_0 = [3/(4\pi N)]^{1/3}L$ , 上式改写为

$$B(r) = r^3,$$

$r = R/R_0$  为无量纲半径。讨论邻居半径为  $r$  的系统。此系统的总体积为  $V_i$ , 天体数为  $n_i$ , 数密度为  $\rho_i$ , 密度反衬为

$$\delta(r) = \rho_i / \bar{\rho} = B_i(r) / B(r),$$

其中,  $B_i(r)$  是此系统在半径为  $r$  的球内天体的平均数。

引入填充因子  $C(r)$ :

$$C(r) = \sum V_i / V = \sum (n_i / \rho_i) / (N / \bar{\rho}).$$

如果在邻居半径为  $r$  时各天体系统的密度近似相等, 则

$$C(r) = \bar{\rho} / \rho_i = B(r) / B_i(r).$$

密度反衬  $\delta(r)$  和填充因子  $C(r)$  都是邻居半径  $r$  的函数。对于一个实际样本, 仔细分析这种函数关系就可得到样本的成团性质。

Einasto 等人(1984)<sup>[20]</sup>利用团分析方法得出超星系团具有网状结构。Zhou et al.(1986)<sup>[28]</sup>和其他人也用这种方法分析类星体的成团性质。

另一个分析成团性质的方法是利用多重性函数。微分多重性函数  $f(n)dn$  定义为成员数在  $n$  到  $n+dn$  的系统里天体数与总数之比, 积分多重性函数  $F(n) = \int f(n)dn$  则定义为成员数少于等于  $n$  的系统里天体数与总数之比。多重性函数在研究成团性质时的优点是它能够描述成团大小的分布。对多重性函数的讨论见 Gott & Turner(1977)<sup>[21]</sup>, Efstathiou et al.(1979)<sup>[22]</sup>, Bhavsar et al.(1981)<sup>[23]</sup>

## § 9.2 类星体的空间分布

### § 9.2.1 类星体成团性

这里有三个问题需要回答:

(1) 星系的分布是成团的。作为一类特殊活动星系核的类星体的空间分布是否也成团?

(2) 星系有星系群、星系团、超星系团等各种尺度的成团以及 Great Wall、空洞等大尺度结构。如果类星体也成团, 成团的尺度是多少? 成团分布呈何种几何形状?

(3) 宇宙大尺度结构是从  $z \approx 1000$  时的相当均匀演化到星系的强烈成团。但绝大多数星系的  $z < 1$ 。类星体的红移比星系的大得多。显然, 研究类星体成团有助于了解宇宙大尺度结构的演化。因此, 类星体如果成团, 成团性是否与红移

有关？

研究类星体成团性碰到的主要问题是样本。虽然类星体巡天工作得到了不少类星体样本，但每个样本的类星体数不多，一般只有几十到几百，巡天包括的空间也不够大。另外，巡天的选择效应使得样本不完备，有的样本还很不均匀。这使得研究类星体成团性非常困难。尽管如此，利用已有的样本对类星体的空间分布有了初步的了解。

最早研究类星体成团性的是 Osmer(1981)<sup>[16]</sup>。他研究了 CTIO 巡天发现的 174 个高银纬类星体的空间分布<sup>[16]</sup>。这个样本适合于研究 100-3000 Mpc 尺度上的成团。对样本的选择效应、边缘效应做了适当修正后，他用 BA、NNA、两点相关函数等方法分析了 CTIO 样本。图 9.2 是 NNA 和两点相关函数检验的结果。实线是 Monte Carlo 模拟结果，虚线是  $2\sigma$  线的上包络，又是观测数据。图 9.2 表明，CTIO 样本在 100-3000 Mpc 尺度上不成团。BA 检验得到同样结论。

随后，许多人利用不同的样本研究了类星体的空间分布。Webster(1982)<sup>[24]</sup> 利用他倡导的 PSA 分析了玉夫座(Sculptor)类星体的资料，发现类星体的空间分布不成团。Clowes(1986)<sup>[13]</sup>，Kunth & Sargent(1986)<sup>[25]</sup>分析了各自的样本后得到类似的结论。但 Chu & Zhu(1983)<sup>[26]</sup>，Boyle et al.(1983)<sup>[27]</sup>，Zhou et al.(1986)<sup>[28]</sup> 等利用两点相关函数、NNA、团分析、多重性函数等方法分析了类星体样本后却得到类星体在 100Mpc 尺度上弱成团的结论。Fang et al.(1985)<sup>[29]</sup>的分析还指出， $z < 2$  的类星体成团分布， $z > 2$  的类星体的分布不成团。

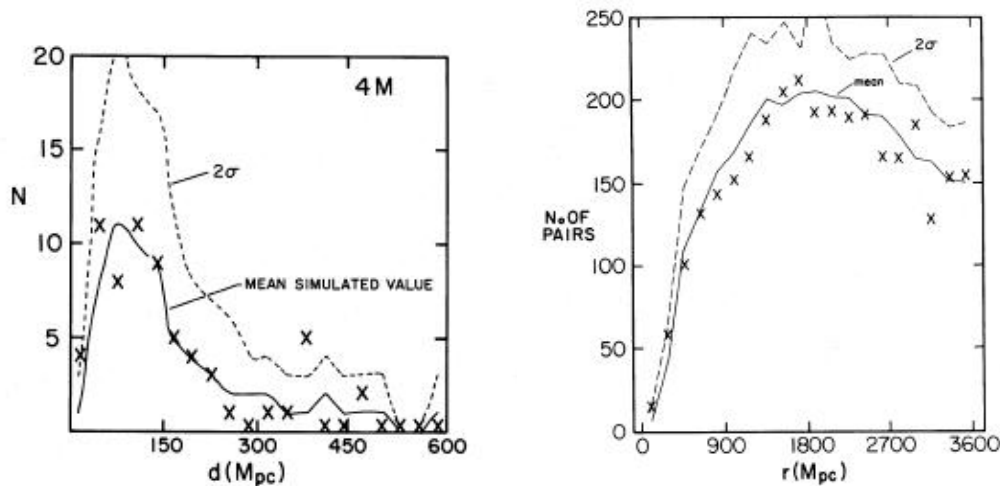


图 9.2 CTIO 4m 镜巡天样本的成团性检验。左图：NNA；右图：两点相关函数。实线是 Monte Carlo 模拟结果，虚线是  $2\sigma$  线的上包络，又是观测数据。取自 Osmer (1981)<sup>[16]</sup>。

上述研究用的都是小样本，类星体数在 100 左右。人们开始寻找大样本来研究成团性。Clowes et al.(1987)<sup>[30]</sup>用三维 PSA 研究了南银极附近约 200 平方度天区里由物端棱镜巡天找到的 1100 个“高概率”类星体候选者的空间分布，未发

现成团。Shaver(1984)<sup>[31]</sup>则考察类星体表。类星体表是各个巡天结果的汇总，作为类星体样本，它是高度非均匀的。Shaver(1984)<sup>[31]</sup>提出，可以通过分析小红移差( $c\Delta z < 2500 \text{ km s}^{-1}$ )和大红移差( $3000 < c\Delta z < 30000 \text{ km s}^{-1}$ )的类星体“对”来消除非均匀性。他把他的方法应用到 Veron 表的两千多个类星体，发现类星体的两点相关函数 $\xi$ 在 0.1 到 10 Mpc 的尺度内类似于目前星系的两点相关函数 $\xi_{gg}$ ，表明类星体是成团分布的。Kruszewski(1988)<sup>[32]</sup>的研究证实了 Shaver 的结论，并求出低红移类星体明显地有尺度为  $32h_{50}^{-1} \text{ Mpc}$ ( $h_{50} = H / 50$ )的成团，而在  $z > 1.3$  时类星体不成团。Anderson et al.(1988)<sup>[33]</sup>也研究了 Veron 表的类星体。他们发现在  $0.3 \leq z < 1.4$  区间、9 Mpc 尺度上类星体的两点相关函数 $\xi$ 类似于星系，因而类星体是成团的；但在  $1.4 \leq z < 2.5$  区间类星体不成团，与 Shaver(1984)<sup>[31]</sup>和 Kruszewski(1988)<sup>[32]</sup>的结果一致。这些研究虽然用了 1000 个以上的大样本，但有的用的是类星体“候选者”，有的用的是非常不均匀的类星体表里的类星体，其研究结果的可靠性受到怀疑。

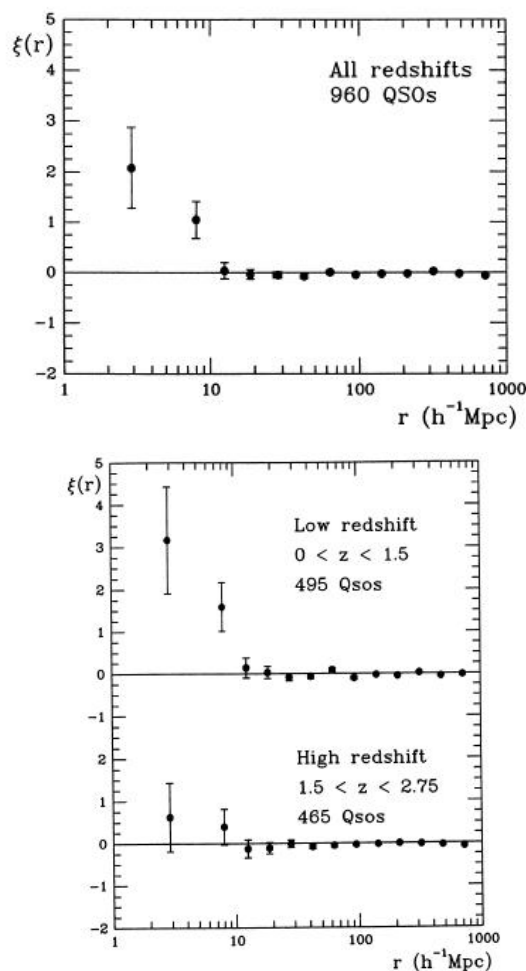


图 9.3 成团性研究，取自 Iovino et al.(1991)<sup>[36]</sup>。(上)全部 960 个类星体的两点相关函数；(下)按红移将类星体分成两组后各组的两点相关函数。



以后的研究倾向于既要样本大，又要样本保持均匀和完备。Shanks et al.(1987)<sup>[34]</sup> 利用从UKST得到的一个包含170个类星体的样本(完备到  $z = 2.2$ ,  $B < 21$ )探测到  $r < 20 h_{50}^{-1}$  Mpc 的成团，但没有  $20 < r < 2000 h_{50}^{-1}$  Mpc 的成团。Drinkwater(1988)<sup>[35]</sup> 用了红移在  $1.8 < z < 2.6$  的862个UKST类星体样本,没有探测到尺度在  $20 - 200 h_{50}^{-1}$  Mpc 的成团。Iovino et al.(1991)<sup>[36]</sup>利用UVX和无缝光谱巡天得到的五个类星体完备样本共960个类星体来研究成团性。图9.3是他们求得的两点相关函数，左图是所有类星体的，右图是将红移分成两个区间后分别求得的。从图9.3可以看出，类星体在小尺度( $r < 20h_{50}^{-1}$  Mpc)上成团(左图)；成团性与红移有关，小红移( $z < 1.5$ )时成团，大红移( $1.5 < z < 2.75$ )时不成团(右图)。Andreani & Cristiani(1992)<sup>[37]</sup>, Mo & Fang (1993)<sup>[3]</sup>, Komberg et al.(1994)<sup>[38]</sup>, Shanks & Boyle (1994)<sup>[39]</sup>, Kundic(1997)<sup>[40]</sup> 等的分析也得到类星体在小尺度上成团的结论。他们的分析表明，类星体的两点相关函数的幅度和形状类似于低红移星系，而且，很可能随红移演化。

Croom 和 Shanks(1996)<sup>[41]</sup>研究了LBQS和其它样本( $0.3 < z < 2.2$ ), La Franca et al. (1998)<sup>[42]</sup>研究了南银极周围24.6平方度天区一个包括388个类星体的新样本 ( $0.3 < z < 2.2$ ), Croom et al.(2001)<sup>[43]</sup> 研究了迄今为止最大的完备样本2dF类星体红移巡天(2QZ)的10558个类星体( $0.3 < z < 2.9$ ), 都探测到小尺度( $r \sim 10 h_{50}^{-1}$  Mpc)成团。他们的研究还表明，在样本的红移区间成团性可能不随红移演化。图9.4是Croom和Shanks(1996)<sup>[41]</sup>的结果。无论是  $0.3 < z < 1.4$  还是  $1.4 < z < 2.2$ , 类星体都有明显的小尺度成团，与Iovino et al.(1991)<sup>[36]</sup>的结果(图9.3右图)形成鲜明对照。La Franca et al. (1998)<sup>[42]</sup>甚至得到成团性随红移而增加。Stephens et al.(1998)<sup>[44]</sup> 采用两点相关函数、NNA及其它方法研究了Palomar Transit Grism Survey发现的56个高红移 ( $2.7 < z < 4.75$ ) 类星体的成团性，找到了尺度  $r = 35 \pm 15 h_{50}^{-1}$  Mpc 成团。因此，在  $z > 1.5$  的高红移区，类星体看来也是成团的。

类星体的空间分布还可能存在更大尺度( $100 - 200 h_{50}^{-1}$  Mpc)的成团结构。前面提到的一些统计研究中已提供了一些证据。Deng et al.(1994)<sup>[45]</sup>用两点相关函数的二阶导数分析了包括420个类星体的几个完备样本，也得到类星体的空间分布可能存在  $93 \pm 10 h^{-1}$  Mpc 的典型尺度。另外，Crampton et al.(1987,1989)<sup>[47]</sup>, Clowes & Campusano(1991)<sup>[48,49]</sup>,Graham et al.(1995)<sup>[50]</sup>, Komberg et al.(1996)<sup>[51]</sup> 探测到若干个大类星体群(Large Quasar Group)。这些大类星体群一般由10-25个类星体组成，尺度在100 Mpc以上，呈长条形，大小和密度反衬与目前的超星系团类似。

总结对类星体成团性的研究，我们看到，类星体空间分布在小尺度( $\leq 20$  Mpc)上成团；大尺度( $> 100$  Mpc)上存在类似于超星系团的结构；至少在  $z < 4$  时成团性与红移没有明显关系。

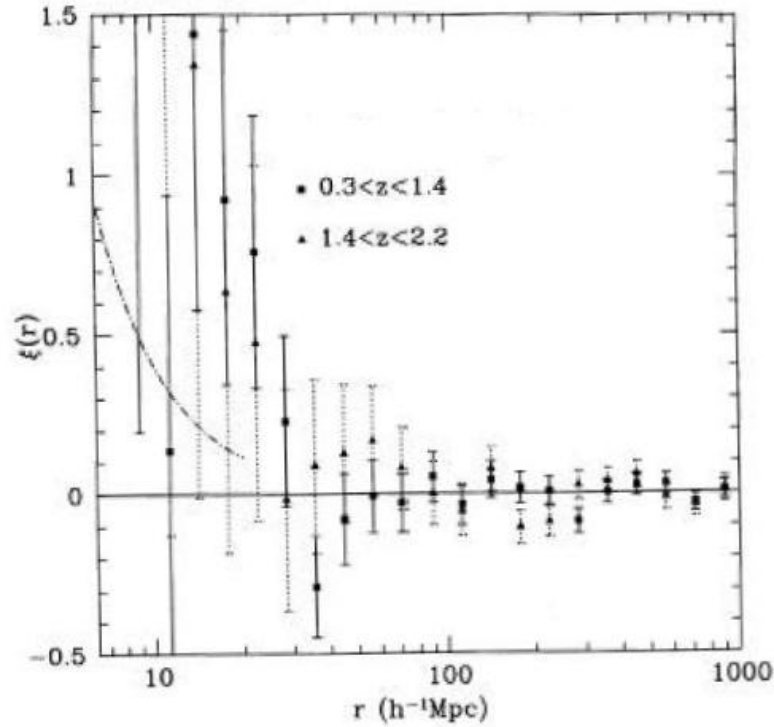


图 9.4 LBQS 等样本的两点相关函数，取自 Croom & Shanks(1996)<sup>[41]</sup>。高低红移类星体都小尺度成团。

### § 9.2.2 类星体-星系成团

类星体的星系环境的研究具有两方面的意义。一方面，通过研究类星体同星系、星系团的关系，了解类星体的活动怎样影响星系、星系团的形成和演化；反过来，星系、星系团又怎样影响类星体的形成和演化。另一方面，通过研究类星体同星系、星系团的关系，了解类星体的空间分布，类星体同宇宙大尺度结构的关系。本节只讨论后者。

研究类星体同星系(星系团)的关系最常用的方法是讨论类星体同星系(星系团)的交叉相关函数。此时，交叉相关函数  $\xi_{QG}$  为

$$\xi_{QG} = \frac{N_{QG}}{N_{QR}} - 1,$$

式中， $N_{QG}$  为类星体-星系对的数目，而  $N_{QR}$  为随机对的数目；变量可以是空间距离  $r$  或角距离  $\theta$ 。分析  $\xi_{QG}$  的行为可以得到类星体同星系相关的情况。

最早，Yee 和 Green (1984)<sup>[52]</sup> 通过直接成像研究了类星体的环境。他们研究了一个类星体样本 ( $0.05 < z < 2.05$ )，在每个类星体周围  $3' \times 3'$  的视场中寻找星系。他们发现，在  $z < 0.5$  的类星体周围星系明显过剩，表明这些类星体在宇宙学红移所指示的距离上与星系成协。Yee (1987)<sup>[53]</sup>，Smith 和 Heckman (1990)<sup>[54]</sup> 的研究也证实，类星体有密集的星系环境。

Yee 和 Green (1984)<sup>[55]</sup>, Ellingson et al.(1991)<sup>[56,57]</sup> 的研究发现, 射电噪类星体(RLQ)主要与星系团成协; 在  $0.3 < z < 0.6$ , 与 RLQ 成协的星系团的富度随红移很快增加; 在  $z \sim 0.6$ , RLQ 主要与 1 型 Abell 富星系团成协。相反, 射电静类星体(RQQ)主要位于星系群里或星系团的外围区域, 而且, 在  $0.3 < z < 0.6$ , 与 RQQ 成协的星系团的富度不随红移演化。看来, 在  $0.3 < z < 0.6$ , RLQ 和 RQQ 的环境有明显的差别。

在更高红移, Tyson (1986)<sup>[58]</sup>, Hintzen et al.(1991)<sup>[59]</sup> 的研究表明, 在  $z \sim 1$ , RLQ 有富星系团的环境; 而 Boyle & Couch (1993)<sup>[60]</sup> 的研究表明, 在  $z \sim 1$ , RQQ 的周围并没有星系过剩, 接近于场星系环境。因此, RQQ 和 RLQ 似乎也有不同的环境。但是, Hutchings et al. (1995)<sup>[61]</sup> 既观测了 RLQ 也观测了 RQQ, 却发现两者的环境并无明显差别。不过, 他们所用样本中的 RQQ 是大类星体群的成员。因此, 人们怀疑上述结果的普遍性, 因为大类星体群的成员可能有不同的环境。近年来的观测仍得不到肯定的结论。Wold et al. (2001)<sup>[62]</sup> 观测了一组红移在 0.5-0.8 之间的 RQQ 样本, 发现有些类星体位于 1-2 型 Abell 富星系团, 与 RLQ 的环境类似, 但另一些 RQQ 的环境则类似于场星系。Saxton et al. (1999)<sup>[63]</sup> 的观测也得出 RQQ 的环境与 RLQ 并无明显差别。然而, Hutchings et al. (1999)<sup>[64]</sup>, Teplitz et al. (1999)<sup>[65]</sup>, Sánchez & Gomzàles-Serano (1999)<sup>[66]</sup> 的观测仍支持 RLQ 环境的富度高于 RQQ 的结论。

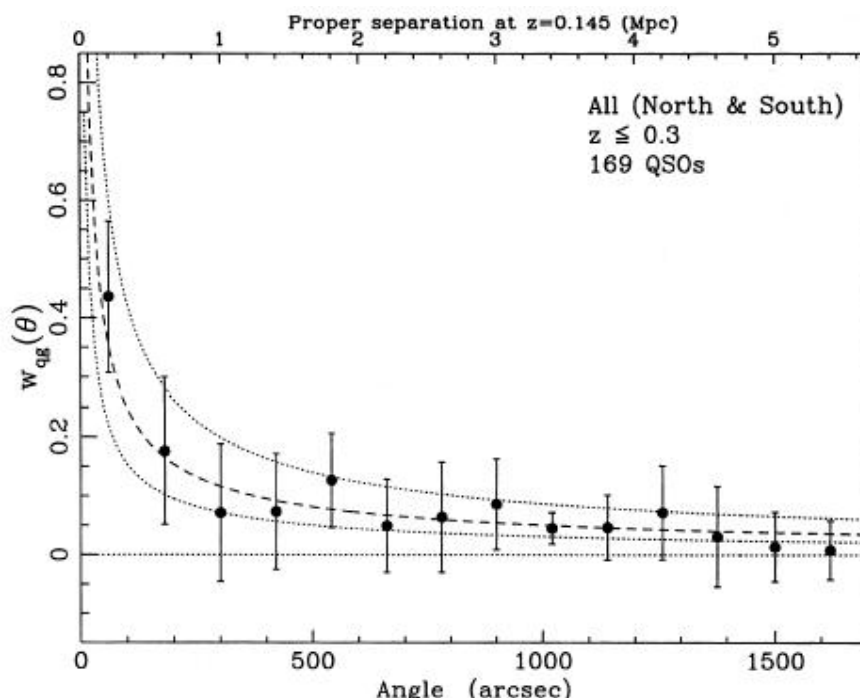


图 9.5 类星体-星系交叉角相关函数,取自 Smith et al.(1995)<sup>[67]</sup>。圆点代表类星体-星系对的交叉角相关函数, 虚线为星系-星系的交叉角相关函数。

在  $z < 0.3$  区域, Smith et al. (1995)<sup>[67]</sup> 研究了从 EMSS(见 § 2.4)得到的 100 多个 X 射线选的类型体(绝大多数是 RQQ)的环境。他们发现, 类型体周围没有星系过剩, 而且, 类型体 - 星系的交叉角相关函数等同于星系的角相关函数(见图 9.5)。他们进一步指出, 在  $0 < z < 1.5$ , RQQ 环境的富度没什么变化, 而 RLQ 环境的富度却随红移迅速增加。

Söchting et al.<sup>[68]</sup> 研究了 15 个  $z < 0.4$  的 RQQ 样本, 他们用一种特殊的方法可以可靠地探测到  $z < 0.3$  的星系团并且描绘出大尺度结构。他们的研究发现, 没有一个 RQQ 位于星系团的中心, 但这些类型体却反映了由星系团所示踪的大尺度结构。

总结迄今为止的研究, 虽然 RLQ 和 RQQ 的环境是否完全不同尚无定论, 但通过对类型体-星系、类型体-星系团的交叉相关函数和星系-星系、星系-星系团的相关函数的比较, 可以肯定地说, 类型体的分布也反映了由星系、星系团所示踪的宇宙大尺度结构。

### § 9.3 计数

计数, 即计算各个流量(星等)间隔里天体的数目, 是研究天体空间分布的最古老的方法。计数工作只需知道天体的流量(星等), 无须知道天体的距离, 因此, 简单易行。早在二十世纪初, 人们就通过恒星计数得知银河系是一个盘状恒星系统。至今, 恒星计数仍是研究银河系结构的有效方法。计数也被应用到河外天体的研究。对河外天体, 它们的距离(红移)是和宇宙时联系在一起的。因此, 计数的结果也反映了河外天体的演化。

#### § 9.3.1 $\log N - \log S$ 检验

##### 1. 欧式空间

先讨论欧式空间情形。假定有一个流量限制的完备样本。设  $n(r)$  为距观测者  $r$  处天体的数密度。因此, 在  $r \rightarrow r+dr$ , 立体角  $d\Omega$  的体积  $dV = r^2 dr d\Omega$  内的天体数  $dN(r)$  为

$$dN(r) = n(r)dV = n(r) r^2 dr d\Omega, \quad (9.12)$$

因此,

$$\frac{dN(r)}{d\Omega} = n(r) r^2 dr. \quad (9.13)$$

设  $F$ ,  $L$  分别为源的流量和光度, 显然,  $F = L / 4\pi r^2$ . 由于我们讨论的是流量限制的完备样本, 这就意味着流量  $F$  大于某个极限流量  $S$  的所有源都已探测到, 或者, 对于固定的  $L$  和  $S$ , 能够探测到的最大距离为

$$r_{\max} = \left( \frac{L}{4\pi S} \right)^{1/2}. \quad (9.14)$$

因此，单位立体角内能够探测到的流量大于极限流量  $S$  的源的总数  $N(>S)$  为

$$N(>S) = \int_0^{r_{\max}} n(r) r^2 dr \quad (9.15)$$

如果源均匀分布，即  $n(r) = n_0$  (常数)，因此，

$$N(>S) = n_0 \frac{r_{\max}^3}{3} = \frac{n_0}{3} \left( \frac{L}{4\pi S} \right)^{3/2}, \quad (9.16)$$

或者，

$$\log N(>S) = \text{const.} - \frac{3}{2} \log S. \quad (9.17)$$

我们看到，在欧式空间情形，如果源的空间分布均匀， $N(>S)$  应正比于  $S^{-3/2}$ ，即  $\log N - \log S$  曲线的斜率  $d \log N / d \log S = -1.5$ 。同样，我们可以分析实际样本的  $N(>S)$  随  $S$  的变化来判断天体的空间分布是否均匀。这就是所谓  $\log N - \log S$  检验。

在光学波段，人们常用星等而不用流量。由于视星等  $m \propto -2.5 \log S$ , (5.3.6) 式改写为

$$\log N(< m) = \text{const.} + 0.6 m \quad (9.18)$$

因此， $N(< m) / N(< m - 1) = 10^{0.6} = 3.98$ ，也就是说，空间分布均匀时，星等增加 1 等，天体的数目增加近 4 倍。

恒星计数表明，无论是银心方向还是银极方向， $N(< m) / N(< m - 1)$  总是小于 3.98，这意味着银河系恒星的分布不均匀。实际上，银河系是一个盘状星系，恒星向银河系对称面聚集。

## 2. 弯曲空间

对于河外天体，在应用  $\log N - \log S$  检验时必须考虑弯曲空间的影响。假定天体的辐射谱为幂谱  $L_\nu \propto \nu^{-\alpha}$ ，天体在频率  $\nu_1$  处发出的辐射被观测者在频率  $\nu_0$  处接收到。因此， $\nu_1 = \nu_0(1+z)$ ， $S_\nu(\nu_0) = S_\nu(\nu_1)/(1+z)$ 。流量和光度之间的关系由下式联系：

$$S_\nu(\nu_1) = \frac{L_\nu(\nu_1)}{4\pi(R_0 r_1)^2}. \quad (9.19)$$

式中  $R_0$  为现在时刻的宇宙尺度因子。设  $d_L$  为光度距离，于是

$$S_\nu(\nu_0) = \frac{S_\nu(\nu_1)}{(1+z)} = \frac{L_\nu(\nu_1)(1+z)}{4\pi d_L^2}. \quad (9.20)$$

由于天体的辐射为幂谱， $L_\nu(\nu_1) = L_\nu(\nu_0) (\nu_1/\nu_0)^{-\alpha} = (1+z)^{-\alpha}$ ，于是，上式化为

$$S_V(v_0) = \frac{L_V(v_0)(1+z)^{1-\alpha}}{4\pi d_L^2} . \quad (9.21)$$

由上式可得

$$\frac{dS_V}{dz} = \frac{-L_V(1+z)^{1-\alpha}}{4\pi d_L^2} \left( \frac{2}{d_L} \frac{d(d_L)}{dz} + \frac{\alpha-1}{1+z} \right) . \quad (9.22)$$

另一方面，类似于(9.12)，红移  $z \rightarrow z+dz$  天体的面密度可表为

$$dN(z) = n(z)R_0^2 r^2 dr, \quad (9.23)$$

$n(z)$ 为数密度。由于

$$dr = \frac{cdz}{H(z)} = \frac{cdz}{H_0(1+z)(1+2q_0z)^{1/2}} ,$$

$$R_0 r = \frac{c}{H_0 q_0^2} \frac{zq_0 + (q_0 - 1)(-1 + \sqrt{2q_0z + 1})}{1+z} = \frac{d_L}{1+z} ,$$

$$n(z) = n_0(1+z)^3 .$$

因此，

$$\frac{dN(z)}{dz} = \frac{d_L^2 n_0 c}{H_0(1+2q_0z)^{1/2}} . \quad (9.24)$$

由(9.24)和(9.22)即可求得  $dN(z)/dS_V$ 。

通常在进行  $\log N - \log S$  检验时总希望与欧氏空间相比。由(9.16)和(9.21)，我们可以求得欧氏空间情形的  $dN_E / dS$ :

$$\frac{dN_E}{dS} = \frac{-2\pi n_0}{L_V} d_L^5 (1+z)^{5(\alpha-1)/2} , \quad (9.25)$$

于是，由(9.22)，(9.24) 和 (9.25)，我们得到

$$\frac{dN/dS}{dN_{EA}/dS} = \frac{2c(1+z)^{-3(\alpha-1)/2}}{d_L H_0(1+2q_0z)^{1/2}} \left[ \frac{2}{d_L} \frac{d(d_L)}{dz} + \frac{\alpha-1}{1+z} \right]^{-1} . \quad (9.26)$$

如果  $q_0 = 1/2$  (Einstein-de Sitter 宇宙)，由(9.26)求得

$$A = \frac{dN/dS}{dN_{EA}/dS} = \frac{(1+z)^{3(\alpha-1)/2}}{(1+\alpha)(1+z)^{1/2} - \alpha} . \quad (9.27)$$

A 值与谱指数  $\alpha$  有关。对类星体等河外天体， $\langle \alpha \rangle \approx 0.7$ ，A 值将从  $z=0$  时的 1 单调下降。也就是说，弯曲空间里的  $\log N - \log S$  曲线比欧氏空间的更平，即斜率的绝对值小于  $3/2$ 。

当然，这里得到的是  $N(z)$ 和  $dN(z)/dS$ ，而不是  $N(>S)$ 和  $dN(>S)/dS$ 。要得到  $N(>S)$ ，可以直接对(9.23)式积分。结果表明，如果源的空间分布均匀， $\log N(>S) - \log S$  曲线比欧氏空间的更平，即随着 S 的减小  $N(>S)$ 的增加比欧氏空间情形更缓慢。

### § 9.3.2 河外源计数

#### 1. 射电源计数

图 9.6 和图 9.7 分别是低频(408MHz)和高频(4.85GHz)的计数结果。这两张图的  $\log N - \log S$  曲线很类似。在亮端,  $\log N - \log S$  的斜率比欧氏空间情形(-1.5)略陡,  $d \log N(>S) / d \log S \approx -1.8$ ; 随后, 斜率与欧氏空间情形接近; 流量再小时, 曲线比欧氏空间情形更平。

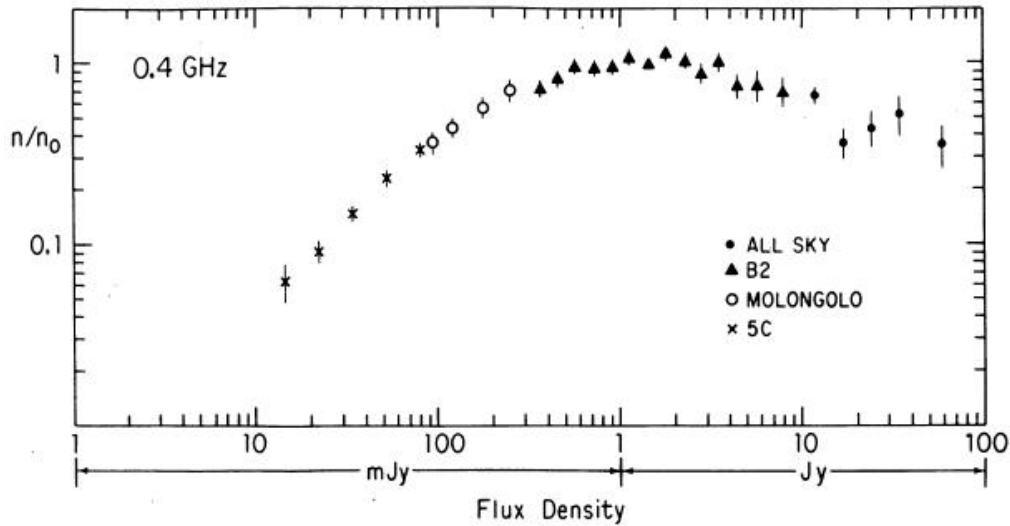


图 9.6 低频(408 MHz)的计数结果, 取自 Kellermann & Wall(1987)<sup>[69]</sup>。符号为各种射电巡天。

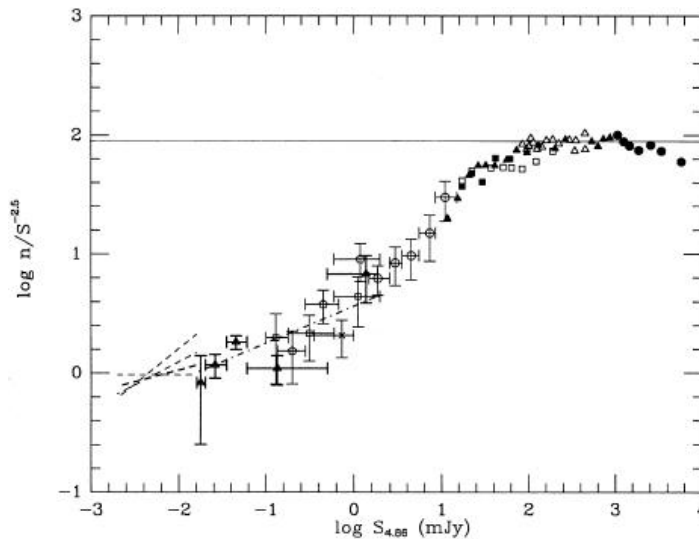


图 9.7 高频(4.85 GHz)的计数结果, 取自 Fomalont et al.(1991)<sup>[70]</sup>

河外射电源中既有射电噪类星体、活动星系核等, 也有通常的星系。一般来说, 类星体和活动星系核的射电辐射强于正常星系, 图 9.6 和图 9.7 的亮端接近于类星体和活动星系核的  $\log N - \log S$  曲线。

## 2. X 射线源计数

图 9.8 是联合 ROSAT 和 EMSS 巡天得到的 X 射线选类星体的计数结果。X 射线选类星体的  $\log N - \log S$  曲线与河外射电源的很类似。在  $S > 3 \times 10^{-14} \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$  的亮端,  $\log N - \log S$  曲线的斜率比欧氏空间情形(-1.5)更陡; 在  $S < 3 \times 10^{-14} \text{ erg cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$  的暗端, 曲线变平, 接近于欧氏空间情形。

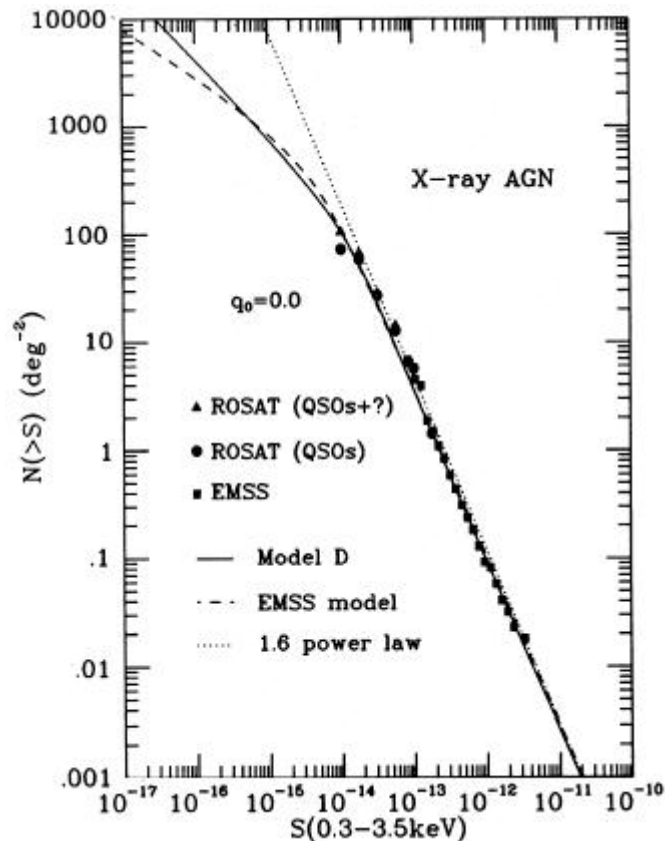


图 9.8 X 射线源的计数结果, 取自 Boyle et al.(1993)<sup>[71]</sup>。圆点为 ROSAT 类星体, 三角形为 EMSS 类星体。

## 3. 光学选类星体计数

前面已经提到, 在光学波段, 计数时不用流量, 用星等。类星体的计数就是类星体(累计)面密度按星等的分布。图 2.13 是按表 2.2 的数据绘制的, 实际上就是计数。从图可见,  $B < 19$  时,  $d \log N / dB \approx -2.2$ , 比欧氏空间情形更陡。但  $B > 19$  后, 曲线很快变平; 在  $B \approx 20$ , 斜率约为-0.5。

## 4. 计数结果的解释

类星体和活动星系核在各个波段的计数结果表明, 大多数情况下  $\log N - \log S$  曲线比欧氏空间情形更陡或相当。这种情况可解释为类星体空间分布不均匀, 远处的多, 近处的少。但也有其它的解释。

从前面的分析和  $N (>S)$  的定义, 在欧氏空间情形, (9.15)式也可以写成如下



形式:

$$N(>S) = \int dL \int_0^{(L/4\pi S)^{1/2}} \frac{dn(r)}{dL} r^2 dr \quad (9.28)$$

如果  $n(r)$  与  $r$  无关, 上式变为

$$N(>S) = \frac{1}{3(4\pi)^{3/2}} S^{-3/2} \int dL L^{3/2} \frac{dn}{dL} \quad (9.29)$$

这个公式本质上就是(9.16)。我们看到, 无论光度函数  $dn/dL$  取何种形式,

$$\frac{d \log N(>S)}{d \log S} = -\frac{3}{2} \quad (9.30)$$

对于膨胀宇宙, 情况有些不同。类似于(9.28),  $N(>S)$  可表为

$$N(>S) = \int dL \int_0^{r_1} \frac{r^2}{(1-kr^2)^{1/2}} \frac{dn(r)}{dL} dr \quad (9.31)$$

这里,  $k$  为空间曲率,  $r_1$  应为光度距离的函数。由于  $r$  可用  $z$  表示, 而  $dn(r)/dL$  可能以复杂的方式(例如通过  $L$ )依赖于  $z$ , 因此,  $N(>S)$  将依赖于光度函数  $dn/dL$  的具体形式。 $\log N - \log S$  检验将给出光度函数的信息。前面提到的类星体和活动星系核的计数结果也可解释为光度的演化, 即远处的源亮, 近处的源暗。(关于光度函数的演化的讨论见后面两节。)

## § 9.4 光度-体积检验

$\log N - \log S$  检验无须知道天体的距离, 简单易行, 这是它的最大优点。但它也有明显的不足。 $\log N - \log S$  检验对样本的要求较高。样本的不完备性、流量测量的误差、光变等对检验结果有较大的影响。另一方面, 虽然  $\log N - \log S$  检验可以提供河外天体空间分布的均匀性和光度函数的信息, 但直接从  $\log N - \log S$  统计难以得到光度函数的演化。1968年, Schmidt<sup>[72]</sup>提出了“光度 - 体积”检验, 或“ $V/V_{\max}$  检验”。这个检验对样本的完备性不敏感, 可以得到光度函数演化的信息。因此, 在讨论河外天体的空间分布和光度函数的演化时得到广泛的应用。当然, 应用  $V/V_{\max}$  检验时必须知道天体的距离。

### § 9.4.1 $V/V_{\max}$ 检验

讨论一组流量限制的完备样本。样本所在天区的立体角为  $\Delta\Omega$ , 极限星等为  $m_{\text{lim}}$ , 天体总数为  $N$ 。第  $i$  个天体所占的体积  $V_i$  定义为以该天体的距离  $r_i$  为边长、在立体角  $\Delta\Omega$  内所包含的体积。由于共动体积元  $dV$  可表为

$$dV = \frac{d_L^2 cdz \Delta\Omega}{H_0 (1+z)^3 (1+2q_0 z)^{1/2}}, \quad (9.32)$$

因此,

$$V_i(z_i) = \int_0^z \frac{dV(z)}{dz} dz = \int_0^z \frac{d_L^2(z) c \Delta \Omega}{H_0 (1+z)^3 (1+2q_0 z)^{1/2}} dz. \quad (9.33)$$

红移视星等关系为

$$M = m + 5 \log H_0 - 5 \log cz - 1.086(1-q_0)z - 25, \quad (9.34)$$

从第  $i$  个天体的视星等  $m_i$  和  $z_i$  可求得其绝对星等  $M_i$ . 第  $i$  个天体的极大红移  $z_{\max}$  定义为使该天体的视星等  $m_i$  等于样本的极限星等  $m_{\text{lim}}$  时该天体应达到的红移. 由  $z_{\max}$  所确定的体积称为该天体所占的极大体积  $V_i(z_{\max})$ .  $V_i(z_{\max})$  仍可由(9.33)式求出.

显然,  $\frac{V_i(z_i)}{V_i(z_{\max})}$  的值在(0,1)之间. 可以证明, 如果天体的空间分布是均匀的,

$N$  足够大时,  $\frac{V_i(z_i)}{V_i(z_{\max})}$  均匀地分布在(0,1)之间, 且其平均值应为 1/2, 即

$$\left\langle \frac{V}{V_{\max}} \right\rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{V_i(z_i)}{V_i(z_{\max})} = \frac{1}{2}, \quad (9.35)$$

其方差

$$\sigma\left(\frac{V}{V_{\max}}\right) = \frac{1}{\sqrt{12N}}. \quad (9.36)$$

严格的证明见 Avni & Bahcall(1980)<sup>[73]</sup>. 下面给出一个更直观的证明. 假定光度函数(详见 § 9.5)  $\Phi(M, z)$  可写为

$$\Phi(M, z) = \rho(z) \phi(M), \quad (9.37)$$

$\phi(M)$  是归一化的, 即  $\int \phi(M) dM = 1$ . 在这种情况下, 红移  $z$  处天体的数密度  $n(z)$

$$= \int \Phi(M, z) dM = \rho(z).$$

绝对星等为  $M$ 、红移为  $z$  的天体所占据的体积为  $V(z)$ , 其极大体积  $V(z_{\max})$  应为绝对星等  $M$  的函数, 改记为  $V_{\max}(M)$ . 按照通常求平均值的方法,  $\langle V/V_{\max} \rangle$  应为

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{V}{V_{\max}} \right\rangle &= \int dM \int_0^{V_{\max}(M)} dV \frac{V(z)}{V_{\max}(M)} \Phi(M, z) / \int dM \int_0^{V_{\max}(M)} dV \Phi(M, z) \\ &= \int dM \int_0^{V_{\max}(M)} dV \frac{V(z)}{V_{\max}(M)} \rho(z) \phi(M) / \int dM \int_0^{V_{\max}(M)} dV \rho(z) \phi(M). \end{aligned} \quad (9.38)$$

如果  $\rho(z) = \rho_0 = \text{const.}$ , 则

$$\left\langle \frac{V}{V_{\max}} \right\rangle = \int dM \rho_0 \phi(M) \int_0^{V_{\max}(M)} dV / \int dM \rho_0 \phi(M) \int_0^{V_{\max}(M)} dV$$

$$= \frac{1}{2}. \quad (9.39)$$

同样，可以计算方差

$$\sigma\left(\frac{V}{V_{\max}}\right) = \left[ \frac{1}{N} \left( \left\langle \frac{V^2}{V_{\max}^2} \right\rangle - \left\langle \frac{V}{V_{\max}} \right\rangle^2 \right) \right]^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{12N}}. \quad (9.40)$$

如果  $\rho(z) \neq \text{const.}$ ，则可以定义一个以密度为权重的体积

$$V'(z) = \int_0^z \rho(z) dV(z), \quad (9.41)$$

因此， $dV'(z) = \rho(z) dV(z)$ . 类似地，可以定义极大体积  $V'_{\max}$ . 此时，可以得到，

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{V'}{V'_{\max}} \right\rangle &= \int dM \int_0^{V'_{\max}(M)} dV'(z) \frac{V'(z)}{V'_{\max}(M)} \rho(z) \phi(M) / \int dM \int_0^{V'_{\max}(M)} dV'(z) \rho(z) \phi(M) \\ &= \int dM \phi(M) \int_0^{V'_{\max}(M)} dV'(z) \frac{V'(z)}{V'_{\max}(M)} / \int dM \phi(M) \int_0^{V'_{\max}(M)} dV'(z) \\ &= \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (9.42)$$

同样，方差仍为  $1/\sqrt{12N}$ 。

我们看到，通过选择适当的密度规律，可使  $V'/V'_{\max}$  的平均值为 1/2。因此， $V/V_{\max}$  检验为我们提供了光度函数演化的信息。

#### § 9.4.2 $V_c/V_a$ 检验

如果有许多个巡天样本，各个巡天的区域可能部分重叠，各个巡天的深度互不相同，如何利用这些巡天的信息来进行  $V/V_{\max}$  检验呢？Avni & Bahcall(1980)<sup>[73]</sup> 对此进行了详细的讨论。可以用三种方法进行处理。

##### 1. 区域独立方法

图 9.9 中，B 和 D 是两个巡天。B 较浅，探测的最大红移为  $z_{\max}^B$ ；D 较深，探测的最大红移为  $z_{\max}^D$ 。C 为两个巡天的重叠部分。横轴代表巡天的区域，纵轴代表巡天的深度。区域独立方法就是将重叠部分并入深度巡天。这样，B-C 就成为一个独立的巡天(见图 9.9 上左)。此时，

$$\left\langle \frac{V}{V_{\max}} \right\rangle = \frac{1}{N} \sum_i N_i \left\langle \frac{V}{V_{\max}} \right\rangle_i \quad (9.43)$$

其中，i 代表互不重叠的区域，N 为天体的总数， $N_i$  为区域 i 里天体的数目。如果引入密度为权重的体积，统计量则改为  $\langle V'/V'_{\max} \rangle$ 。

##### 2. 区间独立方法

图 9.9(上右)是这个方法的说明。将两个巡天统一考虑，并按巡天深度分成两部分：巡天深度在  $(0, z_{\max}^B)$  的，巡天区域为 B + D；巡天深度在  $(z_{\max}^B, z_{\max}^D)$  的，巡天区域仍为 D。

对区间 $(0, z_{\max}^B)$ , 用 $\langle V/V_{\max} \rangle$ ; 对区间 $(z_{\max}^B, z_{\max}^D)$ , 则用 $\langle U/U_{\max} \rangle$ , 其中,

$$U(z) = V(z) - V(z_{\max}^B),$$

$$U_{\max} = V(z_{\max}^D) - V(z_{\max}^B). \quad (9.44)$$

如果引入密度为权重的体积, 相应的统计量则改为 $\langle U'/U'_{\max} \rangle$ .

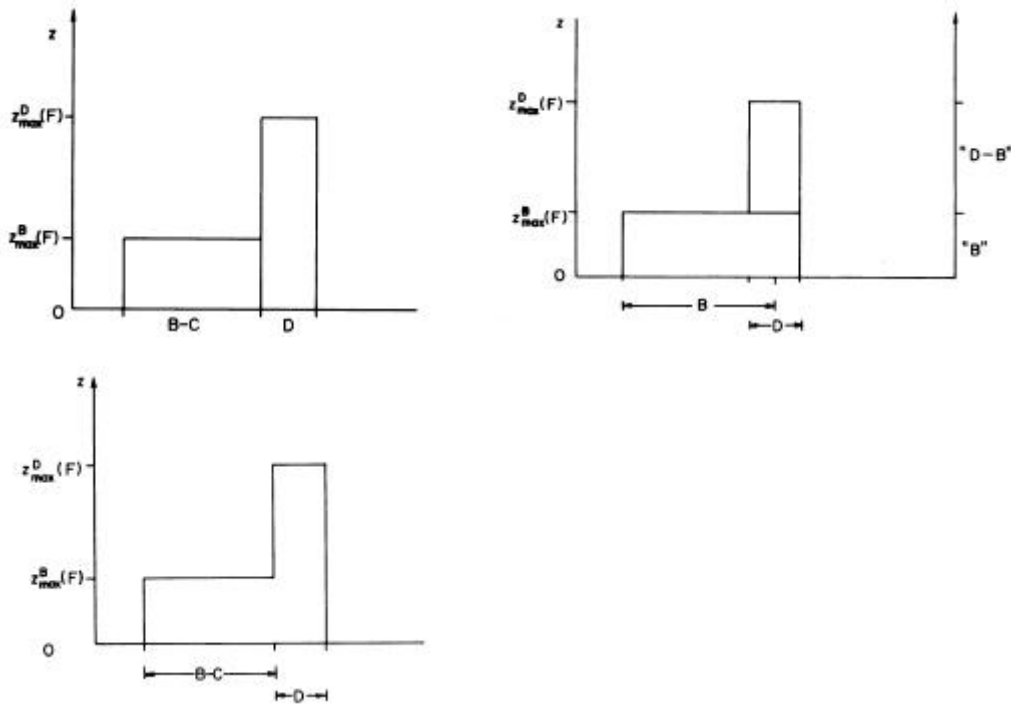


图 9.9  $V_e/V_a$  检验。(上左) 区域独立; (上右) 区间独立; (下) 相干

### 3. 相干方法

最常用的是相干方法。图 9.9(下)是这个方法的说明。所谓相干方法就是将巡天的区域统一考虑。此时, 用  $V_e$  和  $V_a$ , 它们的定义为:

$$V_e = \sum_i \frac{\Omega_i}{4\pi} V[\min(z, z_{\max}^i)],$$

$$V_a = \sum_i \frac{\Omega_i}{4\pi} V[z_{\max}^i]. \quad (9.45)$$

其中,  $\Omega_i$  为每个巡天的立体角。在两个巡天的情形(见图 9.9(下)),  $V_e$  也可表为:

$$V_e = \frac{\Omega'_1}{4\pi} V(z) + \frac{\Omega'_2}{4\pi} V(z), \quad z < z_{\max}^B \text{ 时}$$

$$= \frac{\Omega'_1}{4\pi} V(z_{\max}^B) + \frac{\Omega'_2}{4\pi} V(z), \quad z > z_{\max}^B \text{ 时。}$$

同样, 可以引入密度为权重的体积并得到  $V'_e$  和  $V'_a$ 。

与  $V/V_{\max}$  检验一样, 天体的分布均匀时,  $\langle V/V_{\max} \rangle$ ,  $\langle U/U_{\max} \rangle$ ,  $\langle V_e/V_a \rangle$  的

值为  $1/2$ ，方差为  $(12N)^{-1/2}$ ；或者，对于可接受的密度规律， $\langle V'/V'_{\max} \rangle$ ， $\langle U'/U'_{\max} \rangle$ ， $\langle V'_e/V'_a \rangle$  的值为  $1/2$ ，方差为  $(12N)^{-1/2}$ 。

### § 9.4.3 $n/n_{\max}$ 检验

如果光度函数  $\Phi(M, z)$  不能表成(9.37)的形式，以密度为权重的体积的概念即(9.41)式需要推广。 $V/V_{\max}$  检验相应地也需要推广。Qin & Xie (1997)<sup>[74]</sup>详细地讨论了这个问题，并提出所谓  $n/n_{\max}$  检验。

定义变量  $n(M, z)$  为

$$n(M, z) = \int_0^z \Phi(M, z) dV(z) \quad (9.46)$$

显然， $n(M, z)$  是单位绝对星等（或光度）间隔、共动体积  $V(z)$  内包含的天体数，

$$V(z) = \int_0^z dV(z). \quad (9.47)$$

类似地，可以定义可观测到的最大天体数  $n_{\max}(L)$ :

$$n_{\max}(M) = \int_0^{z_{\max}(M)} \Phi(M, z) dV(z) \quad (9.48)$$

其中， $z_{\max}(M)$  是绝对星等为  $M$  的天体能被观测到的最大红移。

如果有许多个样本，正如前面提到的，若采用相干方法，则可以类似地定义  $n_e$  和  $n_a$ 。

Qin & Xie (1997)<sup>[74]</sup>证明了  $n/n_{\max}$  均匀地分布在  $[0, 1]$  间隔中，其平均值为  $1/2$ ，方差为  $(12N)^{-1/2}$ 。实际上，从定义(9.46)和(9.48)也不难求出

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{n}{n_{\max}} \right\rangle &= \frac{\int dM \int_0^{z_{\max}(M)} dV(z) \{ [\Phi(M, z) n(M, z)] / n_{\max}(M) \}}{\int dM \int_0^{z_{\max}(M)} dV(z) \Phi(M, z)} \\ &= \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (9.49)$$

如果  $\Phi(M, z) = \rho(z) \Phi(M, 0)$ ，即(9.37)式成立，此时， $n(M, z) = \Phi(M, 0) V'(z)$ ，因而  $n/n_{\max} = V'/V'_{\max}$ 。可见， $V'/V'_{\max}$  检验是  $n/n_{\max}$  检验的特例。而  $V/V_{\max}$  检验又是  $\rho(z) = 1$  的  $V'/V'_{\max}$  检验。这样， $n/n_{\max}$  检验就是  $V/V_{\max}$  检验的直接推广。

### § 9.4.4 检验结果

对各种类星体样本进行了  $V/V_{\max}$  检验，结果无一例外都有  $\langle V/V_{\max} \rangle$  大于  $1/2$ 。其原因可能有两个。一是样本可能不完备。影响样本完备性的因素很多，不同的选择类星体的方法对完备性的影响不同。但所有类星体样本的  $V/V_{\max}$  检验结果类似，表明完备性不是最重要的。更合理的解释是， $V/V_{\max}$  检验的结果表明，类星体光度函数在演化。

## § 9.5 类星体光度函数

### § 9.5.1 光度函数

类星体的光度函数  $\Phi(M, z)$  定义为红移  $z$  处绝对星等在  $(M-1/2, M+1/2)$  之间、单位体积内的类星体的数目，单位为  $\text{Mpc}^{-3} \text{mag}^{-1}$ 。绝对星等  $M$  和光度  $L$  对应，光度函数也常写为  $\Phi(L, z)$ ，在这种情况下， $\Phi(L, z)dL$  就表示红移  $z$  处、光度在  $L \rightarrow L+dL$  之间、单位体积内的类星体的数目。红移  $z$  处类星体的数密度  $n(z)$  可表为

$$n(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(M, z) dM, \quad (9.50)$$

或 
$$n(z) = \int_0^{\infty} \Phi(L, z) dL. \quad (9.51)$$

有时， $\Phi(M, z)$  也称为微分光度函数，而将红移  $z$  处、绝对星等小于  $M$ （或光度大于  $L$ ）、单位体积内的类星体的数目称为积分光度函数  $\Psi(M, z)$

$$\Psi(M, z) = \int_{-\infty}^M \Phi(M, z) dM. \quad (9.52)$$

本书只用  $\Phi(M, z)$ 。

光度函数在类星体研究和现代宇宙学研究中起了重要作用。例如，(1)光度函数对类星体的黑洞吸积盘模型提出了限制；(2)从光度函数可以计算类星体的面密度和红移分布，从而推断巡天样本的完备性和类星体的某些性质；(3)合理地解释类星体的空间成团性并提供早期宇宙中结构形成的信息；(4)通过估计类星体对紫外背景辐射的贡献讨论星系际电离辐射和相关问题；(5)讨论宇宙学尺度上引力透镜的放大作用和尘埃的屏蔽；等等。由于光度函数同这么多天体物理学问题有关，准确地确定光度函数及其演化一直是类星体天文学的重要课题。

如何确定类星体的光度函数呢？从观测确定类星体光度函数的关键是类星体样本。首先，样本应该是完备的；其次，样本中类星体数目应足够多并且覆盖尽可能大的红移区间。一般来说，有两种完备样本。一是所谓体积限制的 (volume-limited) 完备样本，即在某个体积  $V_0$  内所有类星体都找到。另一则是第一章中已提到的所谓流量限制的 (flux-limited) 完备样本。对于体积限制的完备样本，光度函数可从下式简单求得

$$\Phi(M, z) \Delta M = \sum_{M_i \in (M \pm \Delta M / 2)} \frac{1}{V_0} = \frac{N_M}{V_0}, \quad (9.53)$$

其中， $N_M$  是样本中绝对星等在  $M - \Delta/2$  和  $M + \Delta/2$  之间的类星体的数目。体积限制的完备样本通常是很难得到的，最常见的是流量限制的完备样本。对于流量限制的完备样本，光度函数为

$$\Phi(M,z)\Delta M = \sum_{M_i \in (M \pm \Delta M / 2), z_i \in (z \pm \Delta z / 2)} \frac{1}{V_{a,i}} \quad (9.54)$$

### § 9.5.2 演化的一般形式

无论是  $\log N - \log S$  检验还是  $V/V_{\max}$  检验都表明，类星体光度函数与红移有关。可能的演化模式有如下几种。

#### 1. 纯密度演化

纯密度演化模式首先由 Schmidt(1970)<sup>[75]</sup>提出。按照这种演化模式，光度函数可表为

$$\Phi(M,z) = \rho(z)\Phi(M,0), \quad (9.55)$$

式中， $\Phi(M,0)$ 称为本地光度函数， $\rho(z)$ 为密度函数。通常 $\Phi(M,0)$ 是归一化的，即 $\int \Phi(M,0)dM = 1$ ，因此， $\rho(z)$ 就是红移  $z$  处类星体的空间密度。 $\rho(z)$ 的具体形式不清楚，常取为

$$\left. \begin{aligned} &\rho(z) \propto (1+z)^k \\ \text{或} &\rho(z) \propto V^k \\ \text{或} &\rho(z) \propto e^{k\tau(z)}. \end{aligned} \right\} \quad (9.56)$$

其中， $k$ 为常数， $\tau(z)$ 为回顾时间 (look-back time)。

在纯密度演化情形，光度函数的形状不随红移变化，随红移变化的是类星体的空间数密度。

#### 2. 纯光度演化

纯光度演化模式由 Mathews(1978)<sup>[76]</sup>提出。按照这种演化模式，光度函数可表为

$$\Phi(M,z) = \Phi(M_0 - \Delta M(z), 0). \quad (9.57)$$

其中， $M_0$ 是  $z=0$  时的绝对星等， $\Delta M(z)$ 表类星体光度随  $z$  的演化。纯光度演化实际上认为空间密度不变，仅光度随红移演化。光度演化的形式常取为

$$M = M_0 - 2.5 k \log(1+z) \quad (9.58)$$

或

$$M = M_0 - 1.086k \tau(z). \quad (9.59)$$

其中， $k$ 为常数， $\tau(z)$ 为回顾时间。如果改用光度  $L$ ，上两式可化为

$$L \propto (1+z)^k \quad (9.58')$$

$$L \propto e^{k\tau(z)}, \quad (9.59')$$

表明类星体的光度随红移而增加。也有人认为光度演化应取如下形式：

$$L(z) = L_*(1+z)^{-(1+\alpha)} \exp[-(z-z_*)^2/2\sigma_*^2]. \quad (9.60)$$

式中， $L_*$ 为红移  $z_*$  处的光度， $\sigma_*$ 为光度弥散， $\alpha$ 为常数。

图 9.10 表出纯密度演化和纯光度演化。纯密度演化相当于光度函数沿纵轴平

移，纯光度演化相当于光度函数沿纵轴平移，但光度函数的形状保持不变。从图 9.10 可以看到，如果光度函数是幂谱，即在图 9.10 上是一条直线，就不可能区分纯密度演化和纯光度演化。

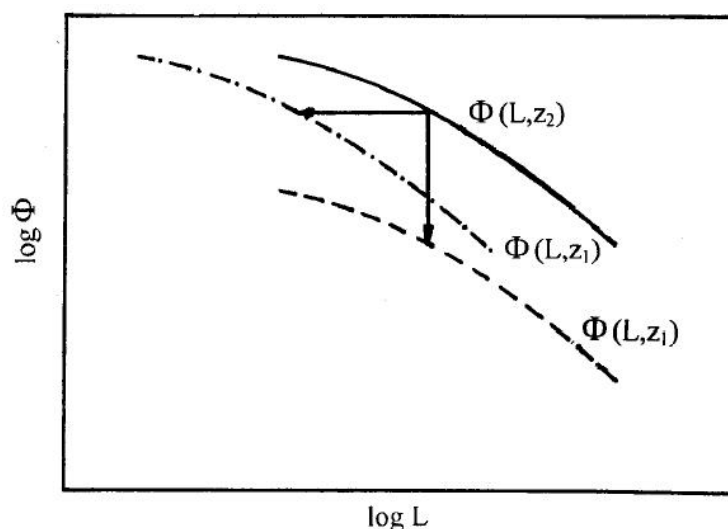


图 9.10 纯密度演化和纯光度演化。

### 3. 依赖于光度的密度演化

Schmidt 和 Green(1983)<sup>[77]</sup>提出如下形式的演化模式：

$$\Phi(M, z) = \Phi(M, 0) \exp[k(M_0 - M)\tau(z)], \quad (9.61)$$

式中  $k$ ， $M_0$  为待定常数， $\tau(z)$  为回顾时间。与此类似的还有另一种形式

$$\Phi(M, z) = \Phi(M, 0) 10^{-0.4\alpha[M_0 - M]}, \quad (9.62)$$

$\alpha$  仍为待定常数。

这种演化模式类似于(5.5.6)(9.55)，但演化依赖于光度。

### 4. 混合演化

既考虑密度演化又考虑光度演化的模式称为混合演化。Heisler & Ostriker (1988)<sup>[78]</sup>提出了如下形式的演化，

$$\Phi(M, t) = 0.921n_0 \frac{\exp[jt(M^* - M)]}{l^{0.7}(l+1)^{3.8}}, \quad (9.63)$$

光度函数的自变量用  $t$  而不用  $z$ ，而

$$M^* = M_0 - 1.086kt,$$

$$M_0 = -22.5,$$

$$l = 10^{-0.4(M - M_0)},$$

$n_0, j, k$  都是常数。从(5.5.13)(9.63)可以看到， $j = 0$  时对应于纯光度演化， $j \neq 0$  则对应于依赖于光度的密度演化。



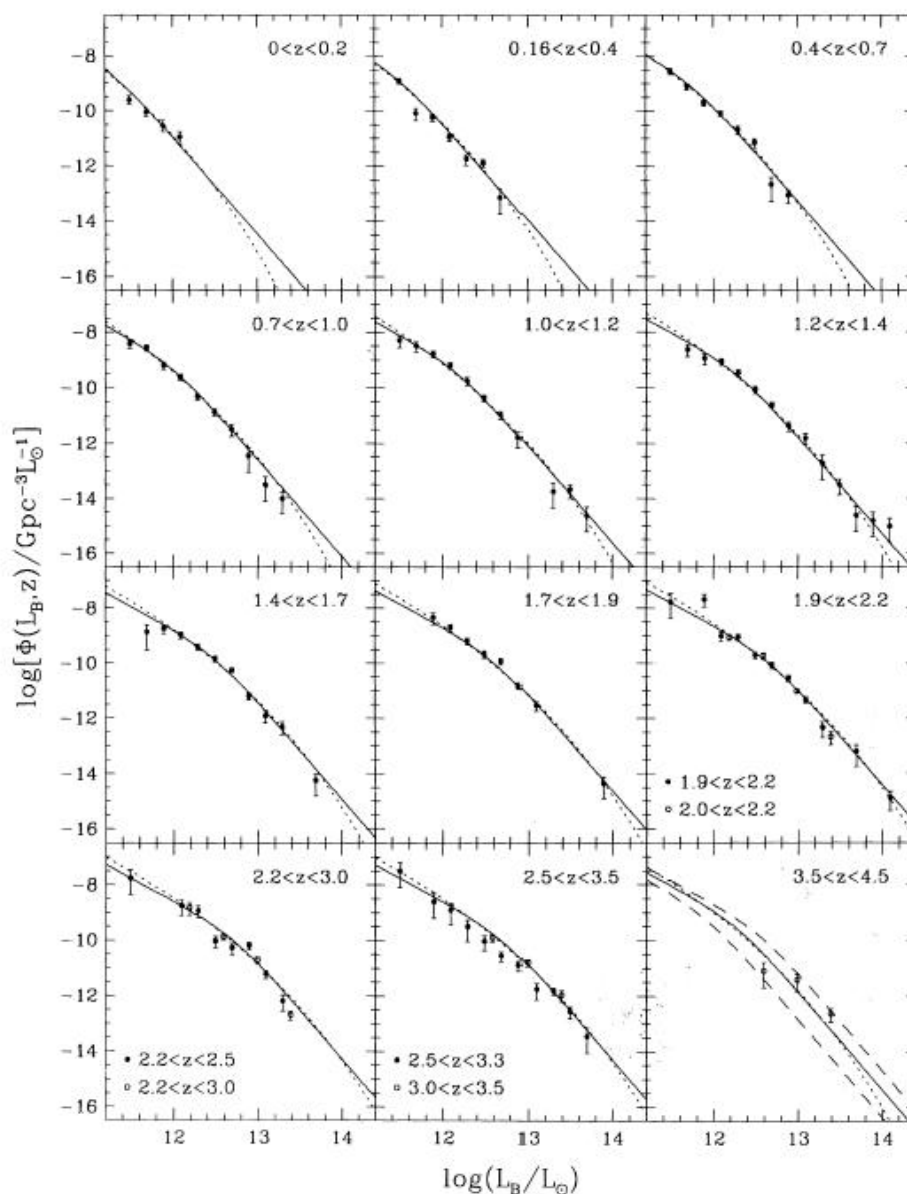


图 9.11 不同红移区间的类星体光学光度函数( $0 < z < 4.5$ ), 取自 Pei(1995)<sup>[84]</sup>。

### § 9.5.3 光学光度函数

#### 1. 光度函数的形状和演化

许多人, 如 Schmidt & Green(1983)<sup>[77]</sup>, Heisler & Ostriker(1988)<sup>[78]</sup>, Boyle et al.(1988)<sup>[79]</sup>, Koo & Kron(1988)<sup>[80]</sup>, Fall & Pei(1989)<sup>[81]</sup> 等,利用光学巡天样本研究了类星体的光学光度函数。他们所用样本包含的类星体不多,一般只有几百个,红移只到 2.2. Hartwick & Schade(1990)<sup>[82]</sup> 利用 15 个主要光学巡天的资料得到一个包含 1000 多个类星体、红移在  $0.1 \leq z \leq 3.3$  的大样本; Warren et al.(1994)<sup>[83]</sup> 利用 5 个巡天得到一个包含约 200 个高红移( $2.0 \leq z \leq 4.5$ )类星体的样本,研究了类星体光学光度函数。Pei(1995)<sup>[84]</sup> 则综合上两个研究的样本研究了在  $0 < z < 4.5$  区间的类星体光学光度函数。图 9.11 是其结果。

最近, Boyle et al. (2000)<sup>[85]</sup> 利用 2QZ 类星体红移巡天发现的 6000 个类星体 ( $-26 < M_B < -23$ ,  $0.35 < z < 2.3$ ) 并结合 LBQS 样本研究了类星体光度函数。这是类星体光度函数的研究中迄今为止用到的最大样本。图 9.12 是他们的研究结果。

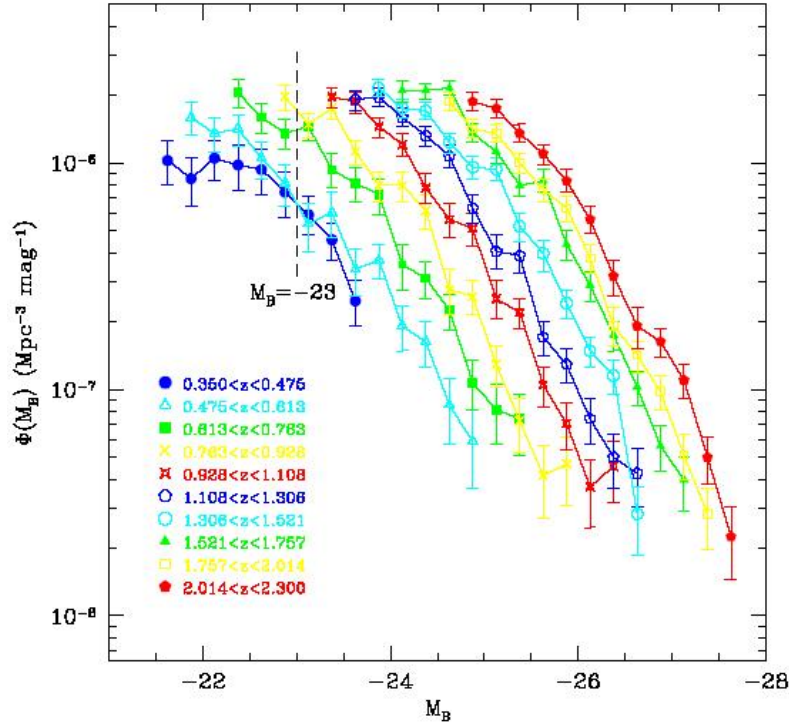


图 9.12 从 2QZ 类星体巡天和 LBQS 得到的类星体光度函数。取自 Boyle et al.(2000)<sup>[85]</sup>。

综合各家的研究结果, 我们看到

(1) 光学光度函数不能用一个单一的幂谱来描述。一般来说, 可以用 Boyle et al.(1988)<sup>[79]</sup> 建议的双幂律谱:

$$\Phi(L, z) = \frac{\Phi_* / L_z}{(L/L_z)^{\beta_l} + (L/L_z)^{\beta_h}}, \quad (9.64)$$

式中,  $\beta_l$  和  $\beta_h$  分别为暗类星体和亮类星体的幂律谱指数,  $L_z$  为光度演化(见(9.58) - (9.60)),  $\Phi_*$  为常数。Pei(1995)<sup>[84]</sup> 认为, 光度函数也可用下式来描述

$$\Phi(L, z) = \frac{\Phi_*}{L_z} \left(\frac{L}{L_z}\right)^{-\beta} \exp\left[-\left(\frac{L}{L_z}\right)^{1/4}\right], \quad (9.65)$$

其中,  $\beta$  为暗端的谱指数。

这两个公式中的多个参数可由拟合实际样本而得到。图 9.11 中的实线和虚线就是用两个公式分别拟合观测资料的结果。我们看到, 两条曲线没有明显的差别。但有一点是肯定的, 即无论哪种形式, 亮端的光度函数比暗端下降得更快。

(2) 光学光度函数强烈演化。纯密度演化不能很好地拟合观测资料, 因此, 纯密度演化模式应该排除。纯光度演化能较好地拟合观测资料, 是一种可以接受

的演化模式。当然，包含光度演化的其它演化模式也是可以接受的。不过，纯光度演化的形式简单，自由参数少，更常被采用。

图 9.13 是 Pei(1995)<sup>[84]</sup>的结果。在他的研究中，纯光度演化的具体形式取为(9.60)。Boyle et al. (2000)<sup>[85]</sup>也发现，形如(9.58')的幂律演化模式不能很好地拟合观测资料。他们采用指数形式，如(9.59')，但将其中的 $\tau$ 改 $z$ 的二项式，却得到很好的结果。然而，Maloney & Petrosian(1999)<sup>[86]</sup>的研究却认为(9.58')的光度演化模式能更好地拟合他们的样本。光度演化的具体形式还需进一步研究。从图 9.13 可以看到，在  $2 < z < 3$ ，演化变慢。在更高红移，演化似乎停止。由于高红移类星体很少，实际上， $z > 3$  的演化很不确定。

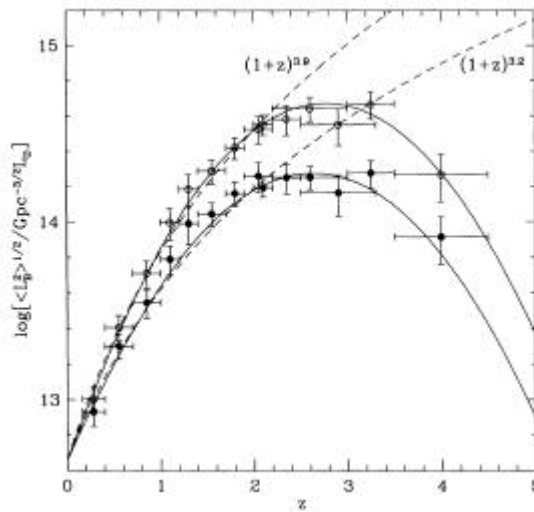


图 9.13 演化与红移的关系。取自 Pei(1995)<sup>[84]</sup>。圆点和圆圈分别对应于(9.60)式中的 $\alpha$ 取-0.5和-1.0；虚线为 $(1+z)^k$ 形式的演化， $k$ 分别取为 3.2 和 3.9；实线为(9.60)式的演化，其中的参数  $z_* = 2.75$ ， $\sigma_* = 0.92$ 。

Schmidt et al.(1995)<sup>[87]</sup> 利用 Ly $\alpha$  发射线巡天，Kennifick et al.(1995)<sup>[88]</sup> 利用 the Second Palomar Sky Survey 发现的高红移类星体研究了大红移处类星体光度函数的演化。结果与 Pei(1995)<sup>[84]</sup>的大体一致。

SDSS 发现了许多高红移类星体，为研究  $z > 3$  时类星体光度函数的演化创造了条件。最近，Fan et al.(2001)<sup>[89]</sup> 利用 SDSS 发现的 39 个高红移( $3.6 < z < 5.0$ )、高光度( $-27.5 < M < -25.5$ )类星体样本研究了类星体光度函数。他们发现，光度函数仍近似为幂谱，但比以前得到的亮端结果更平。(这里的类星体都很亮，大体上相当于以前样本的亮端。)这表明，光度函数的形状也随红移演化。他们还发现，在  $2 < z < 5$ ，光度函数的演化不能用纯光度演化模式来描述。由于样本数仍很少，上述结果需进一步检验。

## 2.本地光度函数(Local Lumilosity Function)

所谓本地光度函数是指  $z \approx 0$  时的光度函数。本地光度函数是非常重要的，因为，一方面，它为类星体演化模式的建立提供了一个零点；另一方面，它为许多统计研究提供了一个参考性的分布规律。然而，确定本地光度函数相当困难。主要原因是小红移( $z < 0.3$ )类星体非常少，样本很不完备(许多小红移类星体可明显看到其主星系，因此，在光学巡天中常被忽略。)。上面介绍的类星体光度函数绝大部分是指  $z > 0.3$  的。由于 Seyfert 1 星系的性质与类星体非常相似，通常取 Seyfert 1 星系核的光度函数作为类星体的本地光度函数。但由于 Seyfert 1 星系核的光度比类星体的低，Seyfert 1 星系核的光度函数实际上只能看作类星体本地光度函数的暗端。要得到完整的本地光度函数，仍需搜寻小红移类星体。

两个类星体巡天提供了很好的小红移类星体样本。一是 PG 巡天提供的 BQS 样本，另一则是 HES (Hamberg/ESO Survey)。Köhler et al.(1997)<sup>[90]</sup>从 HES 得到一个包含 115 个亮类星体和 Seyfert 1 星系的样本。图 9.14 是从这两个样本得到的在  $0.07 < z < 0.3$  区间的类星体(积分)光度函数。图中，实线是 HES 的资料，点线是 BQS 的资料。本地光度函数可以用幂谱或双幂谱拟合。但两个巡天的结果在亮端和暗端明显不同。

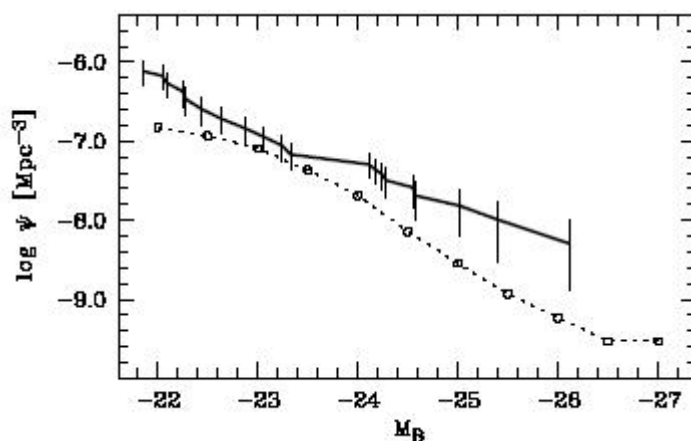


图 9.14 本地光度函数，取自 Köhler et al.(1997)<sup>[90]</sup>。实线是 HES 的资料，点线是 BQS 的资料。

### 3. 数密度

从光度函数可以求出类星体的数密度，作为光度(绝对星等)和红移的函数。将理论值同观测结果进行比较，可以检验光度函数的演化。

原则上， $N(>L)$ 或  $N(<M)$ 是  $\Phi(M,z)$ 对光度和红移的积分。但对实际的巡天样本，由于选择效应，对红移的积分只能在有限的范围内。因此，面密度

$$N(<M) = \int_{-\infty}^M dM \int_{z_1}^{z_2} dz (dV / dz) \Phi(M, z). \quad (9.66)$$

例如，对 UVX 巡天，可取  $z_1=0, z_2 = 2.2$ ；而对无缝光谱巡天，可取  $z_1= 2.2, z_2 = 3.3$ ，

因为在此范围外，样本很不完备。

图 9.15 是 Pei(1995)<sup>[84]</sup>的结果。其中，实线是按双幂律谱光度函数计算的结果，虚线是按  $L^{1/4}$  指数模型计算的结果。我们看到，按双幂律谱光度函数计算的结果与观测符合得很好。

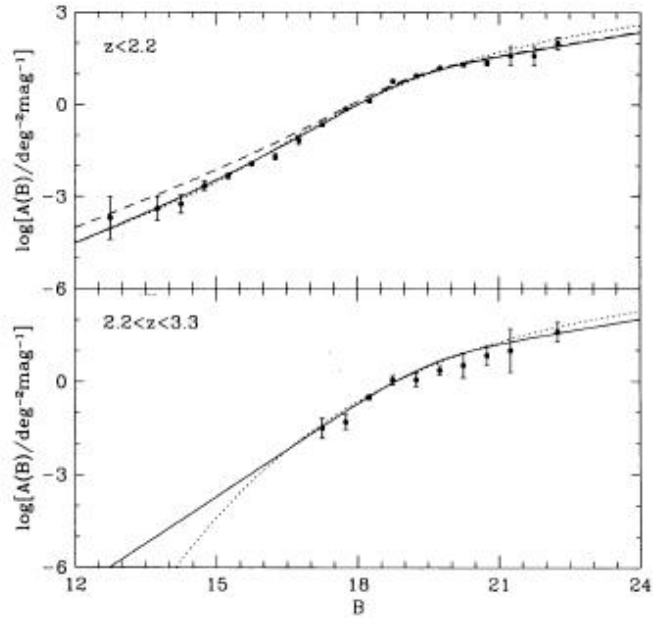


图 9.15 计数-星等关系，取自 Pei(1995)<sup>[84]</sup>。上图对  $z < 2.2$  的类星体；下图对  $2.2 < z < 3.3$  的类星体。实线是按双幂律谱光度函数计算的结果，虚线是按  $L^{1/4}$  指数模型计算的结果。

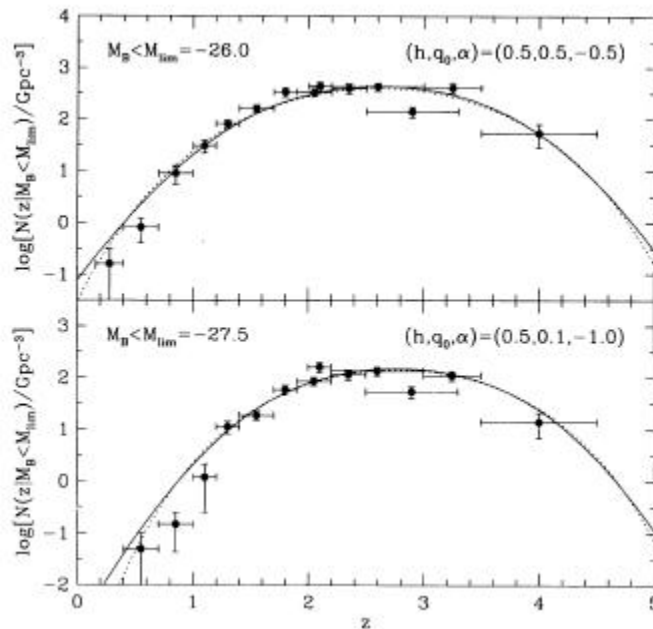


图 9.16 亮类星体数密度的演化，取自 Pei(1995)<sup>[84]</sup>。上图对  $M_B < -26.0$  的类星体；下图对  $M_B < -27.5$  的类星体。实线和虚线的计算与图 9.15 相同。

从光度函数可以计算红移  $z$  处的类星体数密度。由于实际样本是流量限制的，(9.50)式积分的上限只能取为某个有限值  $M_{\text{lim}}$ ，即

$$n(z) = \int_{-\infty}^{M_{\text{lim}}} \Phi(M, z) dM. \quad (9.50')$$

图 9.16 是 Pei(1995)<sup>[84]</sup>得到的亮类星体数密度随红移的演化。由图可见，数密度在  $0 < z < 2$  区间随  $z$  迅速增加；在  $2 < z < 3$  区间几乎为常数； $z > 3$  以后，数密度下降。其他人的研究得到类似结果。

#### § 9.5.4 射电光度函数

射电巡天可以提供完备的样本，用这些样本可以研究射电光度函数。射电宁静类星体的射电辐射太弱，没有系统的巡天工作。射电光度函数总是针对射电噪类星体的。Dunlop & Peacock(1990)<sup>[91]</sup>研究了 AGN(其中，相当多是射电噪类星体)在 2.7GHz 处的光度函数。图 9.17 是他们的结果，上图为平谱源，下图为陡谱源。

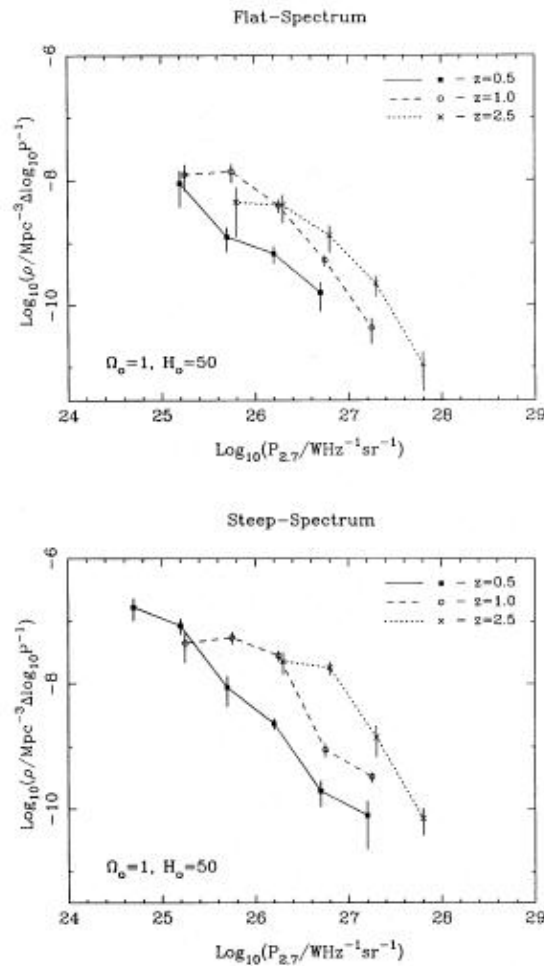


图 9.17 AGN 的射电光度函数，取自 Dunlop & Peacock(1990)<sup>[91]</sup>。上图为平谱源，下图为陡谱源。

图 9.17 表明, AGN 的射电光度函数和类星体光学光度函数很类似。无论平谱源还是陡谱源, 射电光度函数都可用类似于(9.64)的双幂律谱来描述, 亮端比暗端下降得快。同样, 无论平谱源还是陡谱源, 射电光度函数有明显的演化。红移很小时, 演化很快, 在红移 2~3 处, 演化变慢; 在  $z \approx 4$ , 演化可能停止。演化模式也可用纯光度演化模式来描述。

Dunlop 和 Peacock(1990)<sup>[91]</sup> 所用样本不是纯射电噪类星体, 其中混有别的 AGN。Willott et al.(1998)<sup>[92]</sup> 利用 7C 红移巡天发现的 23 个射电噪类星体(其中 18 个是陡谱)结合以前的巡天结果研究了射电噪类星体的低频(151 MHz)射电光度函数。图 9.18 是他们的结果。以后, 他们又用更大的样本进行了类似的研究(见 Willott et al.(2001)<sup>[93]</sup>)。

从图 9.18 可以看到, 射电噪类星体的射电光度函数可用单一的幂谱( $\alpha=1.9$ )很好地拟合。但也可以用双幂谱拟合。用双幂谱得到的射电噪类星体的计数结果同以前 6C 和 7C 的符合得更好。图 9.18 还表明, 射电光度函数有明显的演化, 红移增加时谱变陡。图 9.18 和图 9.17 并无本质差别。射电光度函数实际上类似于光学光度函数, 这意味着射电光度同光学光度相关。Willott et al.(1998)<sup>[92]</sup> 的发现射电光度同光学光度正相关。

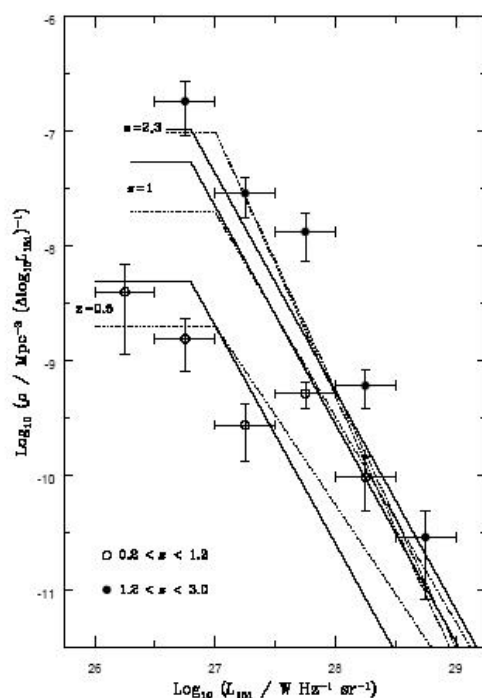


图 9.18 射电噪类星体的低频射电光度函数, 取自 Willott et al.(1998)<sup>[92]</sup>。实线为最佳拟合。

从射电噪类星体和 AGN 的射电光度函数求得的计数曲线同观测符合得很好。从射电光度函数求得的数密度的演化与光学光度函数预言的类似, 在  $z > 3$  以后, 数密度下降。

### § 9.5.5 X 射线光度函数

X 射线巡天也可以提供完备的样本，用这些样本可以研究 X 射线光度函数。图 9.19(a)是 Boyle et al.(1993)<sup>[94]</sup> 利用 ROSAT 巡天发现的 42 个类星体结合 EMSS 巡天得到的软 X 射线(0.2~2Mev)光度函数。图 9.19(a)表明，X 射线光度函数同样可用双幂谱表示。具体的结果是： $\Phi(L_X) \propto L_X^{-3.4 \pm 0.1}$  (亮端， $L_X > 10^{43.9 \pm 0.1} \text{ erg s}^{-1}$ )， $\Phi(L_X) \propto L_X^{-1.7 \pm 0.2}$  (暗端， $L_X < 10^{43.9 \pm 0.1} \text{ erg s}^{-1}$ )。亮端的光度函数明显比暗端下降得快。X 射线光度函数也在小红移时强烈演化。Z > 2 时，演化变慢或停止。纯光度演化模式可以接受。但(9.59')指数形式的演化被排除，而(9.58')幂律形式的演化却能很好地拟合观测资料。从 X 射线和光学观测资料可以推出，X 射线光度与光学光度相关： $L_X \propto L_{opt}^{0.88 \pm 0.08}$ 。

ROSAT 巡天和 EMSS 巡天在能带方面可能存在系统差。Boyle et al.(1994)<sup>[95]</sup> 改进了他们前面的工作<sup>[94]</sup>，只用 ROSAT 巡天探测到的 107 个类星体来研究软 X 射线(0.2~2Mev)光度函数。图 9.19(b)是他们的结果。与他们前面的工作<sup>[94]</sup>相比并无本质差别，演化仍为(9.58')幂律形式的纯光度演化，但演化得更快。

Miyaji et al. (2000)<sup>[96]</sup> 用深度 ROSAT 巡天资料也研究了软 X 射线(0.2~2Mev)光度函数。他们的结果同 Boyle et al.(1994)<sup>[95]</sup>的略有差别。他们发现，依赖于光度的密度演化比纯光度演化或纯密度演化能更好地拟合观测资料。利用他们得到的光度函数推得的数密度在 z > 3 后不下降。

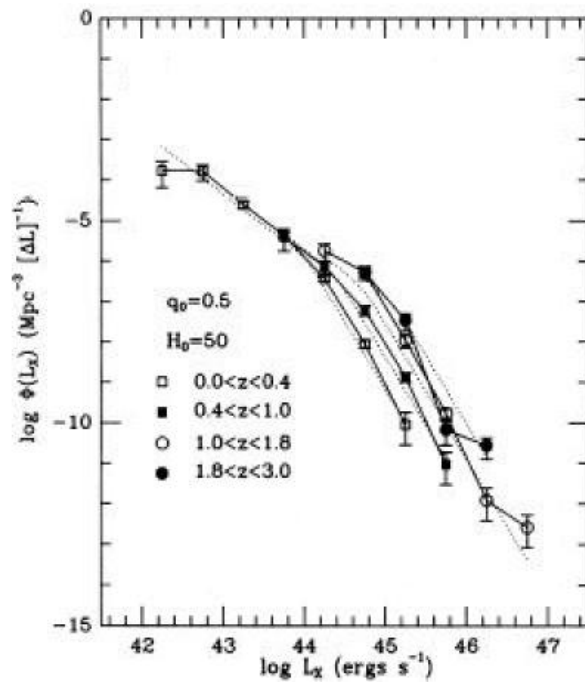


图 9.19(a) 联合 ROSAT 巡天和 EMSS 巡天得到的软 X 射线(0.2~2Mev)光度函数，取自 Boyle et al.(1993)<sup>[94]</sup>。



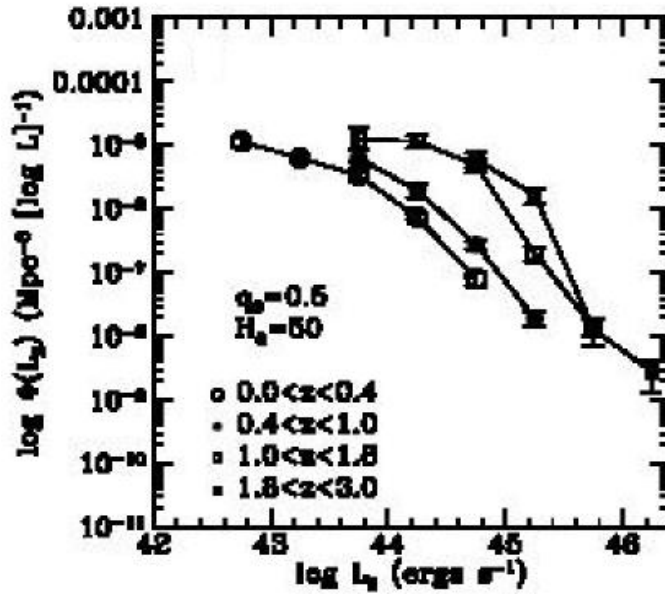


图9.19(b) 只用 ROSAT 巡天得到的软 X 射线(0.2~2MeV)光度函数, 取自 Boyle et al. (1994)<sup>[95]</sup>。

Boyle et al.(1998)<sup>[97]</sup> 利用 ROSAT 深度巡天发现的类星体和其它资料还研究了硬 X 射线(2~10keV)光度函数。图 9.20 是他们得到的本地( $z=0$ )光度函数。同软 X 射线光度函数一样, 硬 X 射线光度函数也可用双幂率谱很好地拟合: 对暗端( $L_X < 10^{44.1} \text{ erg s}^{-1}$ ),  $\Phi(L_X) \propto L_X^{-1.9}$ ; 对亮端( $L_X > 10^{44.1} \text{ erg s}^{-1}$ ),  $\Phi(L_X) \propto L_X^{-3.0}$ 。另外, 硬 X 射线光度函数也有强烈的演化, 演化模式是  $k \approx 2$  的(9.58')幂律形式的纯光度演化。

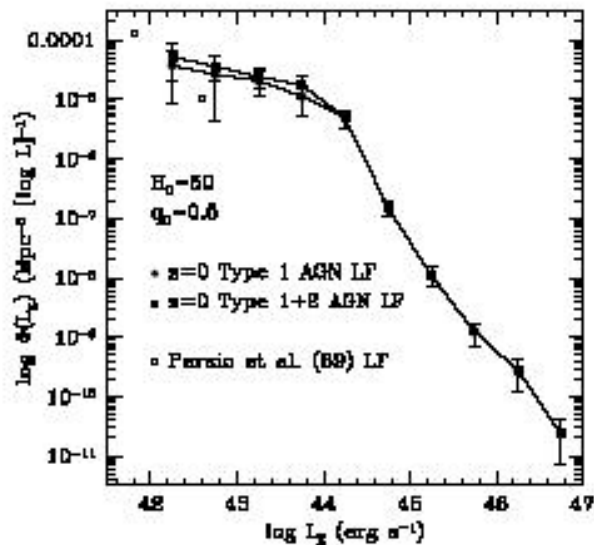


图 9.20 本地( $z=0$ )硬 X 射线(2~10keV)光度函数, 取自 Boyle et al.(1998)<sup>[97]</sup>。圆点表 I 型 AGN, 方块表 I 型+II 型 AGN。